

**Konjunkturteori II:  
Investering og den intertemporale konjunkturmodel**

Carl-Johan Dalgaard  
Økonomisk Institut, Københavns Universitet

# OVERBLIK OVER GENNEMGANGEN

1. Den repræsentative virksomheds problem i en intertemporal verden
  - – Efterspørgsel efter investeringsgoder
  - Efterspørgsel efter arbejdskraft
- Den repræsentative husholdnings problem i en intertemporal verden
  - efterspørgsel efter forbrug
  - udbud af arbejdskraft
- Udledning af økonomiens samlede udbud (husholdningernes arbejdsudbud + virksomhedens produktionsteknologi)
- Udledning af den samlede efterspørgsel (husholdningernes efterspørgsel efter forbrug, virksomhedernes efterspørgsel efter investeringsgoder, den offentlige sektors efterspørgsel efter forbrug)

## OVERBLIK OVER GENNEMGANGEN

- Politik eksperimenter:
  - Forbigående stigning i det offentlige forbrug vs. permanent stigning i det offentlige forbrug
  - Effekten af en stigning i TFP – idag hhv i morgen

# DEN REPRÆSENTATIVE VIRKSOMHEDS PROBLEM

Vi befinder os i en intertemporal verden – så virksomheden eksisterer i to perioder

- Produktion idag:  $Y = zF(N, K)$ .
  - $K$  er fast og givet af fortiden. Dvs. i forhold til analysen er denne en eksogen variabel. TFP (dvs  $z$ ) er ligeledes eksogen.  $N$ 
    - arbejdskraft inputtet vælge imidlertid.
- Produktion “i morgen”:  $Y' = z'F(N', K')$ 
  - TFP i morgen tages ligeledes for givet (eksogen). MEN:  $K'$  kan virksomheden ændre på, ved at investere.  $N'$  vælges også af virksomheden.

# DEN REPRÆSENTATIVE VIRKSOMHEDS PROBLEM

- Profit idag

$$\pi = Y - wN - I$$

mens profitten i morgen

$$\pi' = Y' - w'N' + (1 - d)K'$$

... den ikke-nedslidte kapitalbeholdning figurerer som en “indtægt” for virksomheden.

- Husk profitterne ( $\pi, \pi'$ ) betales tilbage til husholdningen. Virksomheden antages at søge at maksimere den samlede tilbagediskonterede profit<sup>1</sup>

$$V = \pi + \frac{\pi'}{1 + r}$$

---

<sup>1</sup> $1 + r$  udgør den relative pris på forbrug idag vs. imorgen – alt regnes i periode 1 forbrugs enheder.

- Link'et mellem idag og imorgen går via investeringerne:

$$K' = I + (1 - d) K$$

... ganske som i Solow modellen. Ved at investere idag, kan kapitalbeholdningen altså ændres til imorgen.

- Problemet

$$\max_{N, N', K'} Y - wN - I + \frac{Y' - w'N' + (1 - d) K'}{1 + r}$$

u.bib

$$Y = zF(N, K), \quad Y' = z'F(N', K')$$

$$K' = I + (1 - d) K$$

Indsæt bibetingelserne og differentier mht  $N, N', K'$ . Her fokus på

$$\text{FOB mht } K': \dots \dots \dots = 0$$

- Fortolkning.

$$MC(I) = \dots\dots\dots$$

$$MB(I) = \dots\dots\dots$$

Hvor  $zF'_{K'}$  repræsenterer kapitalens marginalprodukt i morgen;  $(1 - d)$  er den ikke-nedslidte værdi af kapitalapparatet, og endelig tilbagediskonteres der.

- Førsteordensbetingelsen  $MB(I) = MC(I)$  kan enkelt omordnes

$$\dots\dots\dots$$

$$\text{Husk at } K' = I + (1 - d) K$$

$$\dots\dots\dots$$

Sammenhængen mellem investeringsefterspørgslen og renten



Bemærk, ændringer i  $z'$  og  $K$  vil flytte investeringskurven.

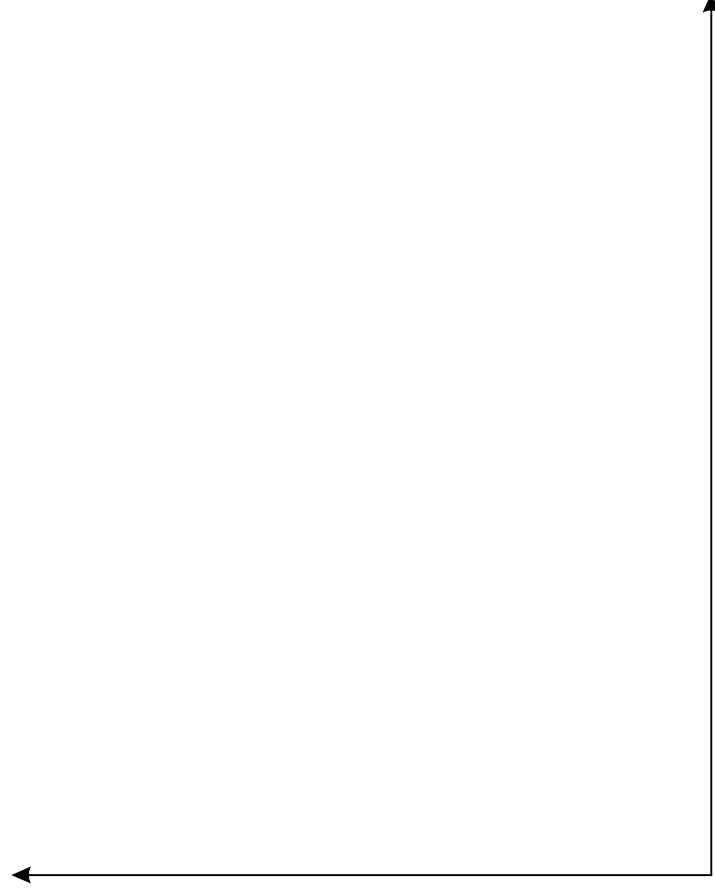
A) Stigning i  $z'$  :

B) Stigning i  $K$ :



Ganske som i kapitel 4 efterspørger virksomheden også arbejdskraft.  
Efterspørgsel efter arbejdskraft idag:

$$w = zF'_N(N, K)$$



En stigning i  $K$ :

# DEN REPRÆSENTATIVE HUSHOLDNING

Nu kombineres modellerne fra kapitel 5 og 6. Dvs at husholdningens problem er

$$\max_{c, c', l, l'} U(c, l) + U(c', l')$$

Det “nye” er, at vi både vælger fritid idag og i morgen ....

ubib: *Periode 1*

$$c + s = \underbrace{w(h - l) + \pi - T}_{\text{“}y\text{”}}$$

*Periode 2:*

$$c' = (1 + r)s + \underbrace{w'(h - l') + \pi' - T'}_{\text{“}y'\text{”}}$$

Samlet:

.....

.....

Nu kan vi ikke længere tegne os igennem sagerne.

Problemet

$$\max U(c, l) + U(c', l')$$

Ubib

$$c + \frac{c'}{1+r} = w(h-l) + \pi - T + \frac{w'(h-l') + \pi' - T'}{1+r} \equiv W$$

Lagrange

$$L(c, c', l, l') = U(c, l) + U(c', l') + \lambda \left( W - \left( c + \frac{c'}{1+r} \right) \right)$$

Leder til følgende førsteordens betingelser

$$\frac{U_c'}{U_{c'}} = 1+r; \quad \frac{U_l'}{U_{c'}} = w, \text{ ligeledes for } l', c'; \quad \frac{w'/(1+r)}{w} = \frac{U_l'}{U_l'}$$

Vi kikker på dem efter tur...

## Opsparingsbeslutningen

I kapitel 6 så vi, at husholdningen ville vælge forbrug i de to perioder således at

$$MRS_{c,c'} = 1 + r,$$

hvor  $MRS_{c,c'} = U'_c/U'_{c'}$ . Vi vil nu fange dette i reduceret form ved at sige:  $c = c(r, W)$ . Altså, forbruget idag, er en funktion af renten samt livsindkomsten:  $W = w(h - l) + \pi - T + \frac{w'(h-l') + \pi' - T'}{1+r}$ .

$$\frac{\partial c}{\partial W} \dots \dots \dots 0$$

Fortolkning?

$$\frac{\partial c}{\partial r} \dots \dots \dots 0$$

Fortolkning? Vi vil antage at ..... dominerer.

## Opsparingsbeslutningen

En stigning i løbende indkomst (forbigående indkomststigning –  $y \uparrow$ )

øger  $W$ . Dermed haves

$$\frac{\partial c}{\partial y} \dots 0,$$

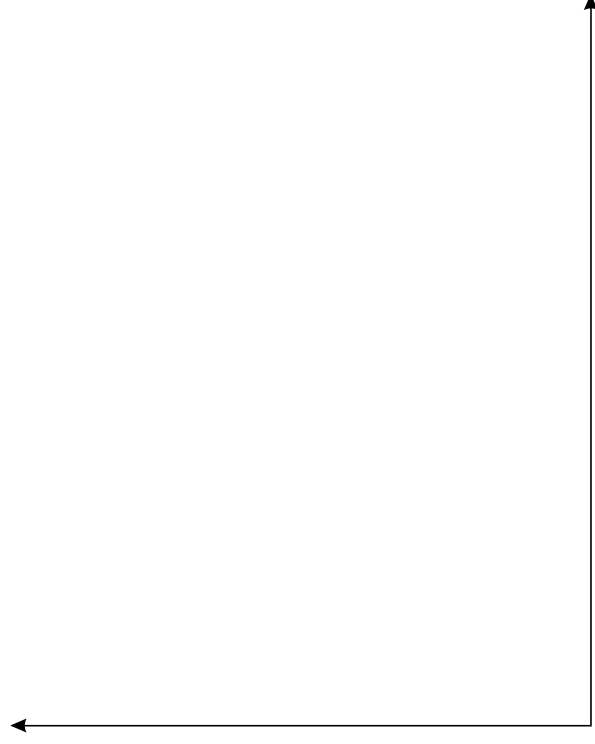
men også at

$$\frac{\partial c}{\partial y} \dots 1$$

Fortolkning?

Samlet har vi dermed at forbruget er en funktion af renten samt af livstidsindkomsten – og dermed specielt løbende indkomst.

Illustration af sammenhængen mellem forbrug, løbende indkomst og rente:



## Arbejdsudbud

I kapitel 5 så vi, at arbejdsudbuddet bestemmes af

$$MRS_{l,c} = w$$

hvor  $N^s = h - l$ . På reduceret form

$$N^s = N^s(w, W, *),$$

hvor \* indikerer at dette ikke er hele historien. Kendte fortegn:

$$\frac{\partial N^s}{\partial W} \dots \dots \dots 0$$

Fortolkning?

$$\frac{\partial N^s}{\partial w} \dots \dots \dots 0$$

Fortolkning? Vi vil antage at ..... dominerer.

## Arbejdsudbud

Men tingene er en smule mere indviklede nu, da vi også har følgende førsteordensbetingelse

$$\frac{w'}{w(1+r)} = \frac{U'_l'}{U'_l}$$

Betingelsen fortæller hvordan husholdningen vil vælge at fordele sit forbrug af fritid mellem de to perioder. Et konkret eksempel:  $U(c, l) +$

$$U(c', l') = \ln c + \ln l + \ln c' + \ln l'$$

.....

En stigning i renten vil dermed ..... forbruget af fritid idag, og dermed ..... udbuddet af arbejdskraft.

Kaldes *intertemporal substitution i arbejdsudbuddet*. Samlet

$$N^s = N^s(w, W, r)$$



Illustration af arbejdsudbuddet som funktion af  $W, r$ :



Effekt af en stigning i livstidsindkomsten  $W$ ? Effekt af en stigning i renten  $r$ ?

## Offentlig Sektor

Ganske som i kapitel 6 antages det, at den offentlige sektor “lever” i to perioder.

Offentlig forbrug “idag” =  $G$ . Offentlig forbrug i morgen =  $G'$ . *Budgetrestriktion periode 1*

$$G = T + B$$

*Budgetrestriktion periode 2*

$$G' + (1 + r) B = T'$$

Den intertemporale budgetrestriktion bliver dermed

.....

## OVERBLIK

- Der er tre grundliggende enheder i økonomien – 1. husholdningerne, 2. virksomhederne samt 3. den offentlige sektor
- Målet er nu at løse modellen, så vi kan studere fastlæggelsen af  $w, N, Y$  samt  $r$ .

### Den repræsentative husholdning:

Arbejdsudbud og (denne periodes) forbrug

$$N^s = N^s \left( \begin{matrix} w, W, r \\ + & - & + \end{matrix} \right), \quad c = c \left( \begin{matrix} r, W \\ - & (?) & + \end{matrix} \right)$$

hvor  $W \equiv w(h-l) + \pi - T + \frac{w'(h-l') + \pi' - T'}{1+r}$ .

## Den repræsentative virksomhed:

Efterspørgsel efter arbejdskraft og investeringsgoder

$$N^d = N^d \left( \underset{-}{w}, \underset{+}{z}, \underset{+}{K} \right), \quad I^d = I^d \left( \underset{-}{r}, \underset{+}{z'}, \underset{-}{K} \right)$$

samt produktionsfunktionen

$$Y = zF(N, K).$$

## Den Offentlige Sektor:

$$G + \frac{G'}{1+r} = T + \frac{T'}{1+r}$$

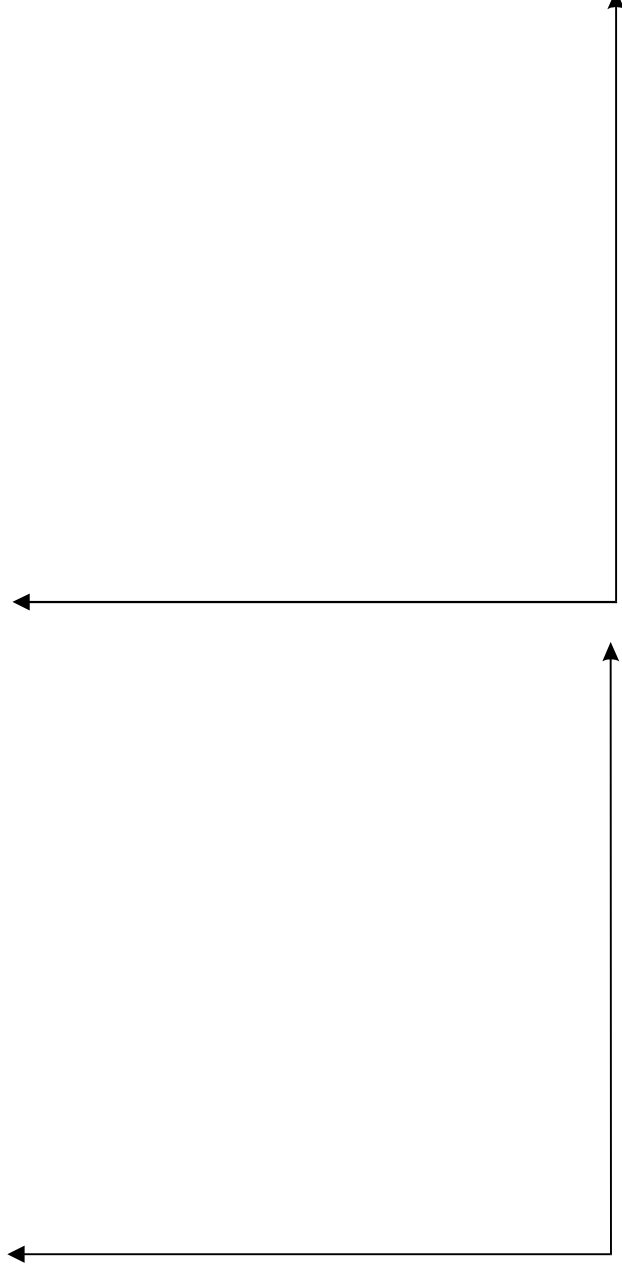
Endelig skal vi huske definitionen på samlet efterspørgsel

$$Y^D = C^d + I^d + G$$

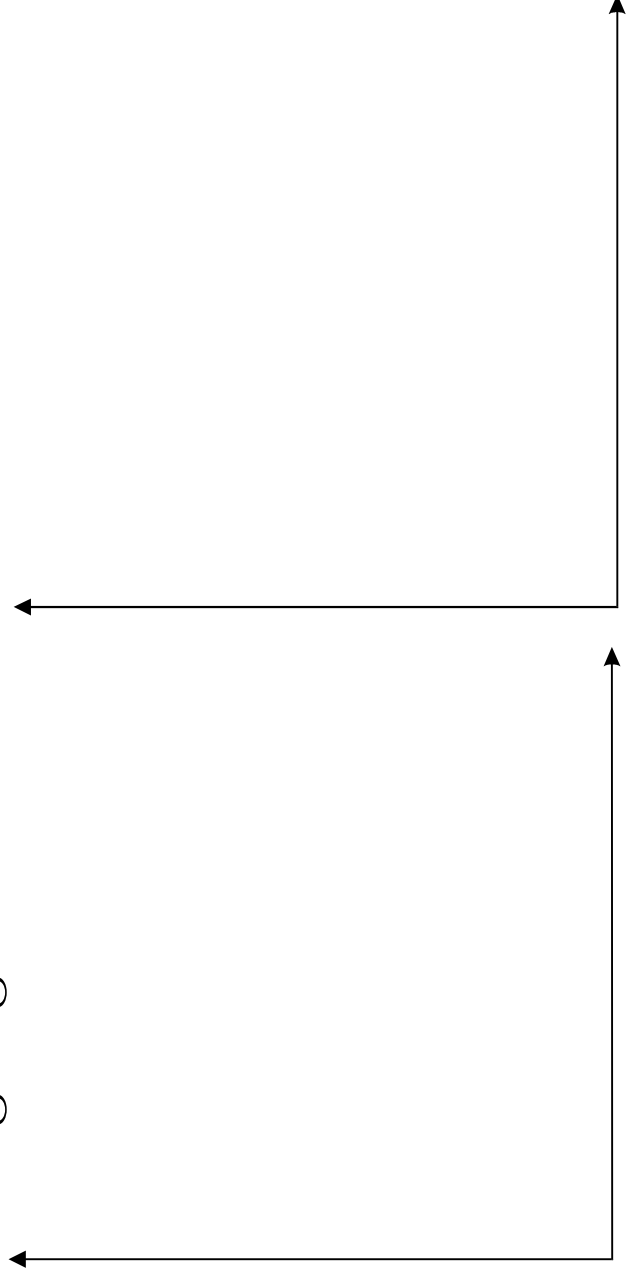
(lukket økonomi). Bemærk: Fremtidige størrelser (fx  $z'$ ) kan påvirke nutidige størrelser (fx  $I^d$ ).

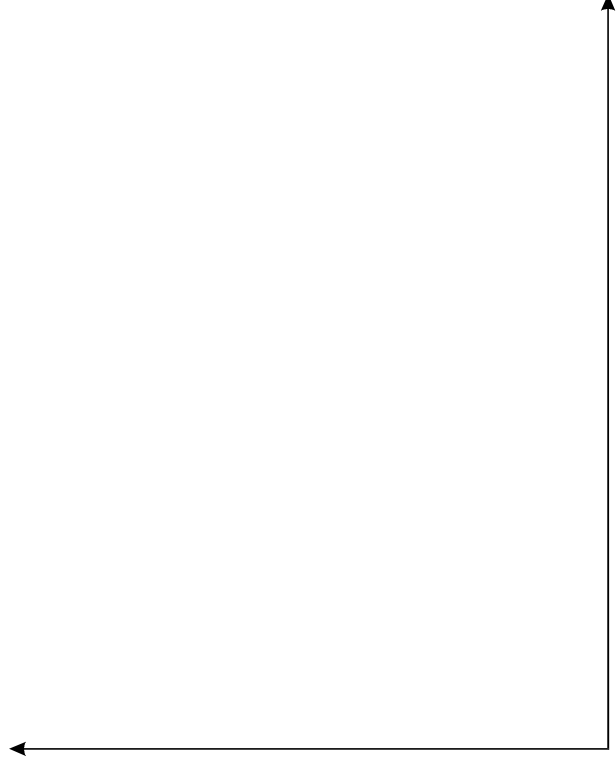
## SAMLEDE UDBUD I ØKONOMIEN

- Når vi kender ligevægten på arbejdsmarkedet, kendes  $N = N^s = N^d$ . Og dermed véd vi hvad indkomsten bliver, da  $Y = zF(N, K)$  (husk at  $K$  er fast i indeværende periode!).



Effekten af en stigning i realrenten  $r$ :





A)  $Y^s$  kurven giver dermed den samlede udbudte mængde givet  
ligevægt på arbejdsmarkedet.

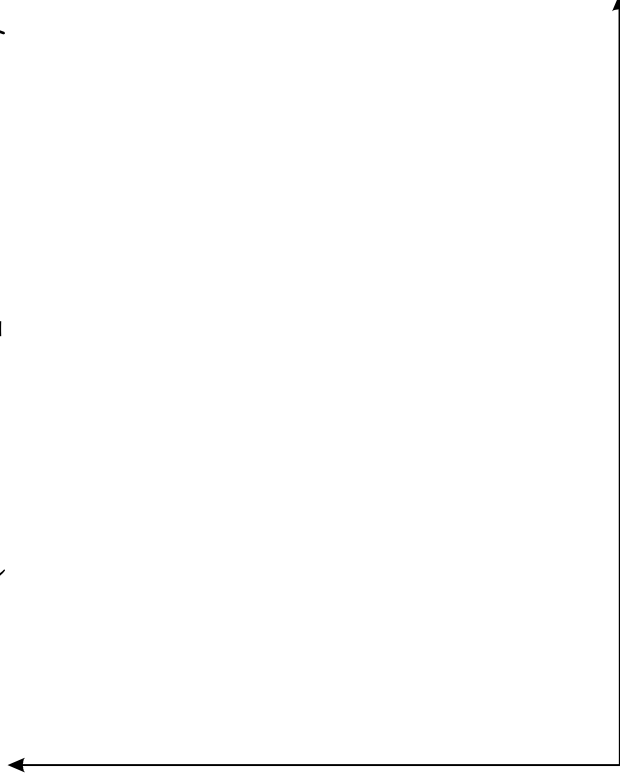
B)  $Y^s$  kurven har dermed en .....hældning. Forklarin-  
gen er at øget rente ..... arbejdsudbuddet, og dermed beskæftig-  
elsen i ligevægt, hvorfor samlet produktion  $Y = zF(N, K)$  må .....  
Dette skyldes den intertemporale substitution i arbejdsudbuddet.

# DEN SAMLEDE EFTERSPØRGSEL

Vi har definatorisk

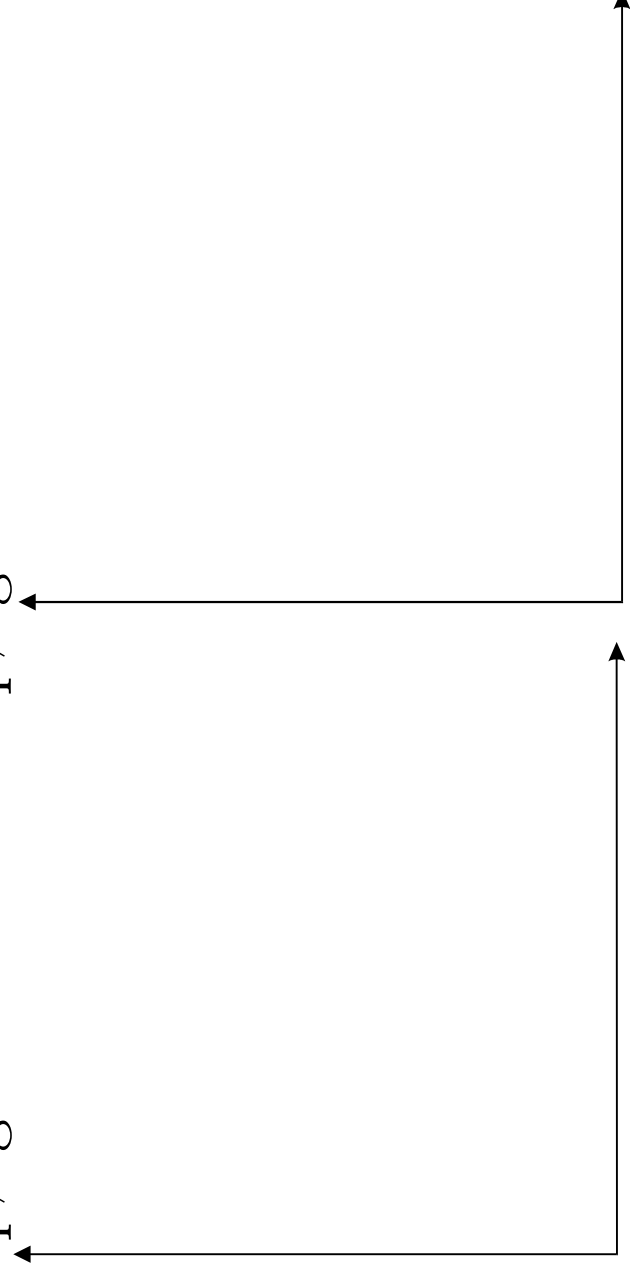
$$Y^D = C^d + I^d + G$$

Desuden ved vi, at  $c = c \left( \begin{matrix} r, W \\ - \\ + \end{matrix} \right)$  samt at  $I^d = I^d \left( \begin{matrix} r, z' \\ - \\ +, K \\ - \end{matrix} \right)$ . Ligevægt på varemarkedet:  $Y^D = Y$  (løbende produktion/indkomst).





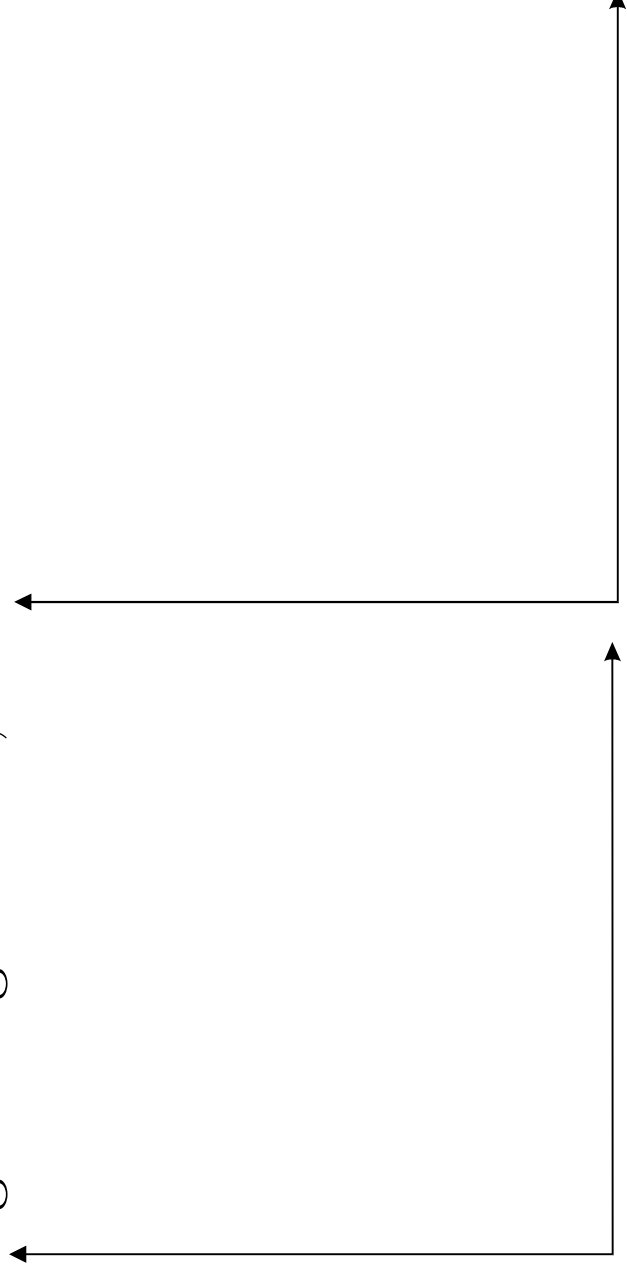
Vi kan nu spørge hvordan efterspørgslen ændres når realrenten ændres



A)  $Y^D$  kurven angiver dermed samlet efterspørgsel givet ligevægt på varemarkedet

B) Hældningen på  $Y^D$  kurven er .....siden en stigende rente .....forbruget og investeringerne. Denne effekt virker dels igennem forbrugerens problem (effekt af rentestigning på  $C$ ) og gennem virksomhedens problem (effekt af rente stigning på investeringerne).

Vi har dermed to diagrammer, der sammen giver os ligevægtspriserne,  $r$ ,  $w$  og ligevægtsmængderne  $N$ ,  $Y$



Vi vil nu foretage fire eksperimenter. A) *Midlertidig* stigning i det offentlige forbrug,  $G$ . B) *Permanent* stigning i det offentlige forbrug  $dG = dG' > 0$ . C) Stigning i TFP,  $z$ . og D) stigning i TFP “imorgen”,  $z'$ .

# EKSPERIMENTER

Vi indleder med at kikke på det offentlige forbrug. To eksperimenter

1. Midlertidig stigning i det offentlige forbrug (fx. konjunkturindgreb)

2. Permanent stigning i det offentlige forbrug (opbygning af velfærdsstaten)

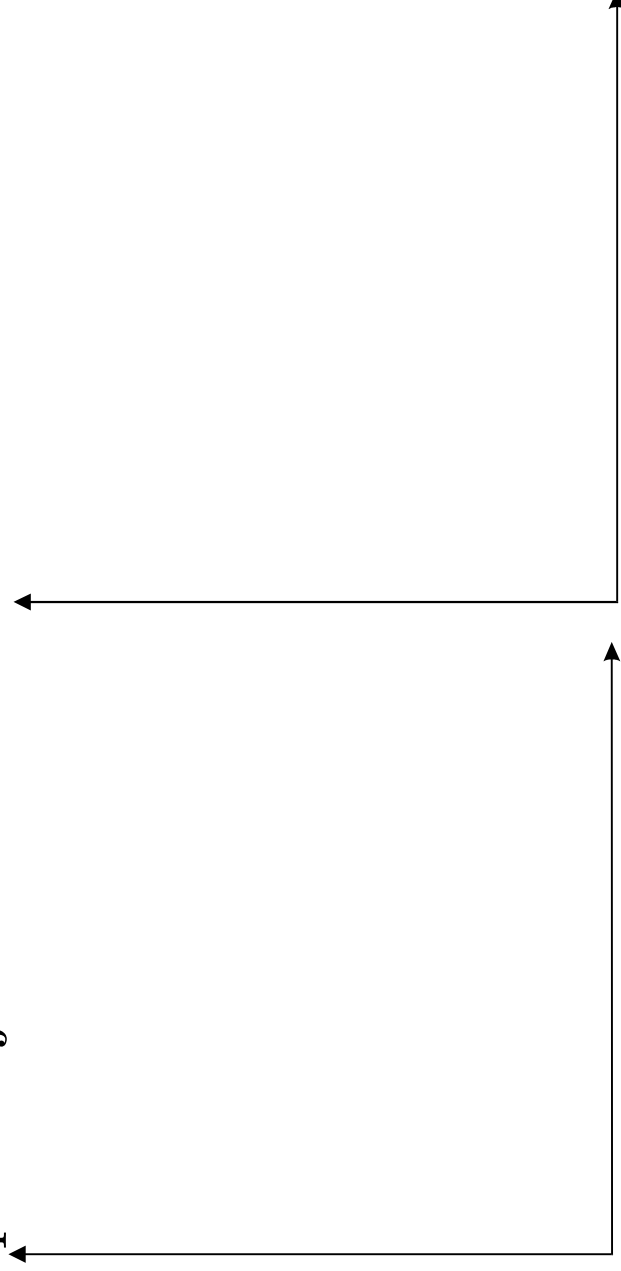
**Central indsigt:** Effekten af ændringer i politikvariable (eller andre eksogene) er i betydeligt omfang bestemt af om disse ventes at være permanente eller midlertidige af natur.

Hernæst kikker vi på chok til virksomhedernes omkostninger ( $z, z'$ )

**Central indsigt:** Chok der ventes at komme i fremtiden (fx til  $z'$ ) kan have konsekvenser for beskæftigelsen allerede idag! (mere bredt: hvis det forventes at: Danmark går i krig; USAs østkyst rammes af en altødelæggende orkan; aktiemarkedet bryder sammen "imorgen" osv).

# EKSPERIMENT 1: MIDLERTIDIG STIGNING I G

Udgangssituationen er ligevægt på vare - og arbejdsmarkedet. Strategi for analysen: A) overvej effekten på  $Y^s / Y^d$  systemet. B) overvej konsekvenserne på arbejdsmarkedet.



## EKSPERIMENT 1: MIDLERTIDIG STIGNING I G

Ad A) Stigning i  $G$  påvirker  $Y^s / Y^d$  systemet af to veje: 1) Udbud: En stigning i  $G$  betyder at  $N^s$  ..... Fortolkning

2) Efterspørgsel: En stigning i  $G$  påvirker  $Y^d$  direkte, og indirekte ( $C$  via livstidsindkomsten,  $W$ ). Samlet effekt:

AD B) Arbejdsmarkedet. Udbud? Efterspørgsel?

Effekt på  $Y$  :

Effekt på  $r$  :

Effekt på  $C$  :

Effekt på  $I$  :

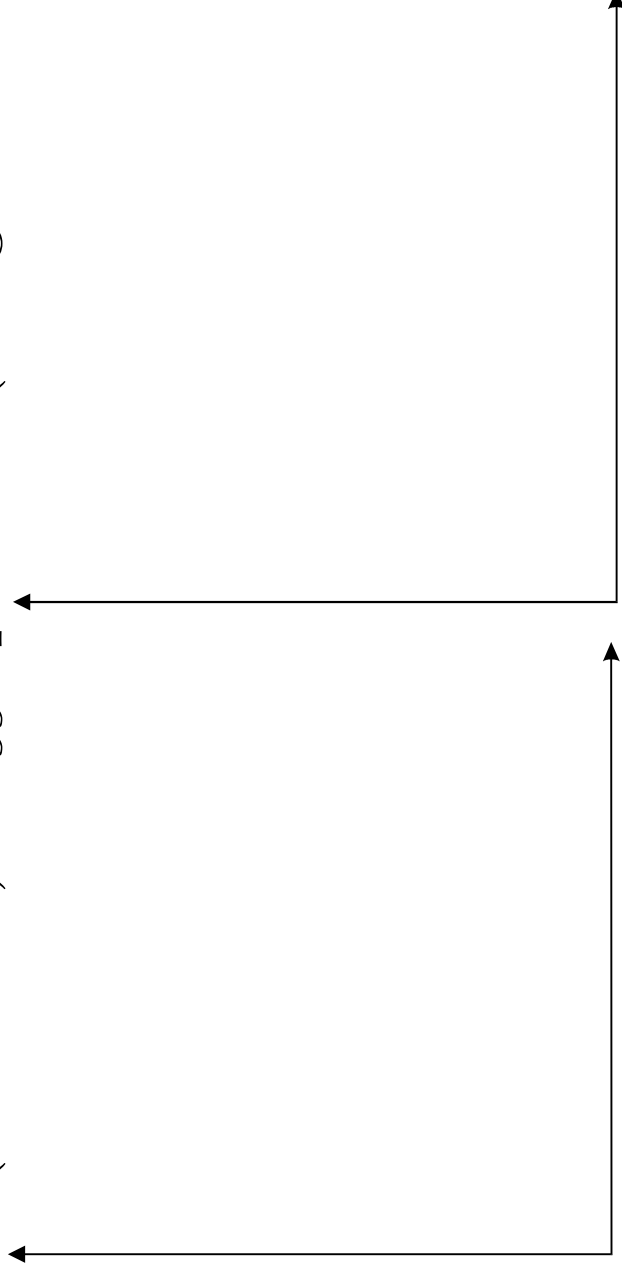
Effekt på  $w$  :

Effekt på  $N$  :

“Rente crowding out”

## EKSPERIMENT 2: PERMANENT STIGNING I $G$

Stigning i  $G$  (dermed  $T$ ) i *begge* perioder (antag  $dG = dG' > 0$ ).



Effekt på  $Y^D$ ? a) Stigning da  $G$  øges, b) Effekt på privat forbrug?  
(Permanent indkomsthypotesen, jf. kap. 5).

Netto:

Effekt på  $Y^s$ ?

## EKSPERIMENT 2: PERMANENT STIGNING I $G$

Ad A) Stigning i  $G$  påvirker  $Y^s / Y^d$  systemet af to veje: 1) Udbud: En stigning i  $G$  betyder at  $N^s$  ..... Fortolkning

2) Efterspørgsel: En stigning i  $G$  påvirker  $Y^d$  direkte, og indirekte ( $C$  via livstidsindkomsten,  $W$ ). Samlet effekt:

AD B) Arbejdsmarkedet. Udbud? Efterspørgsel?

Effekt på  $Y$  :

Effekt på  $r$  :

Effekt på  $C$  :

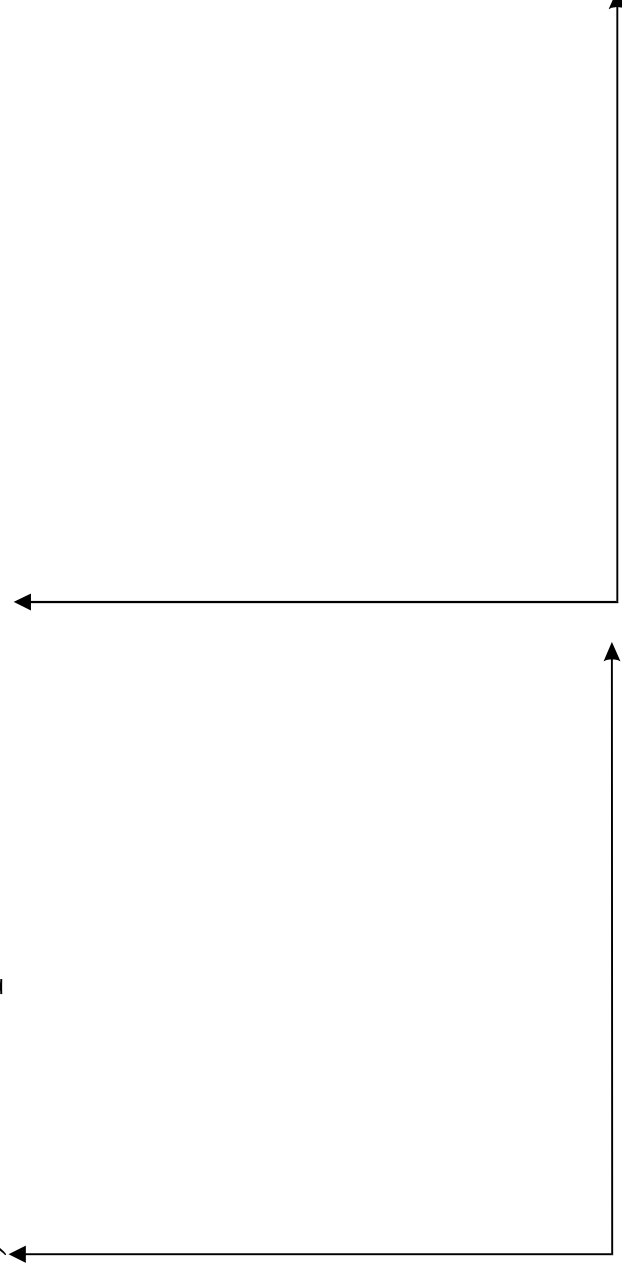
Effekt på  $I$  :

Effekt på  $w$  :

Effekt på  $N$  :

## EKSPERIMENT 3: STIGNING I $z$

Uventet stigning i virksomhedernes productivitet (efterspørgsel efter arbejdskraft) i denne periode.



Effekt på  $Y^d$ ? Effekt på  $Y^s$ ?



## EKSPERIMENT 3: STIGNING I $z$

Effekt på  $Y$  :

Effekt på  $r$  :

Effekt på  $C$  :

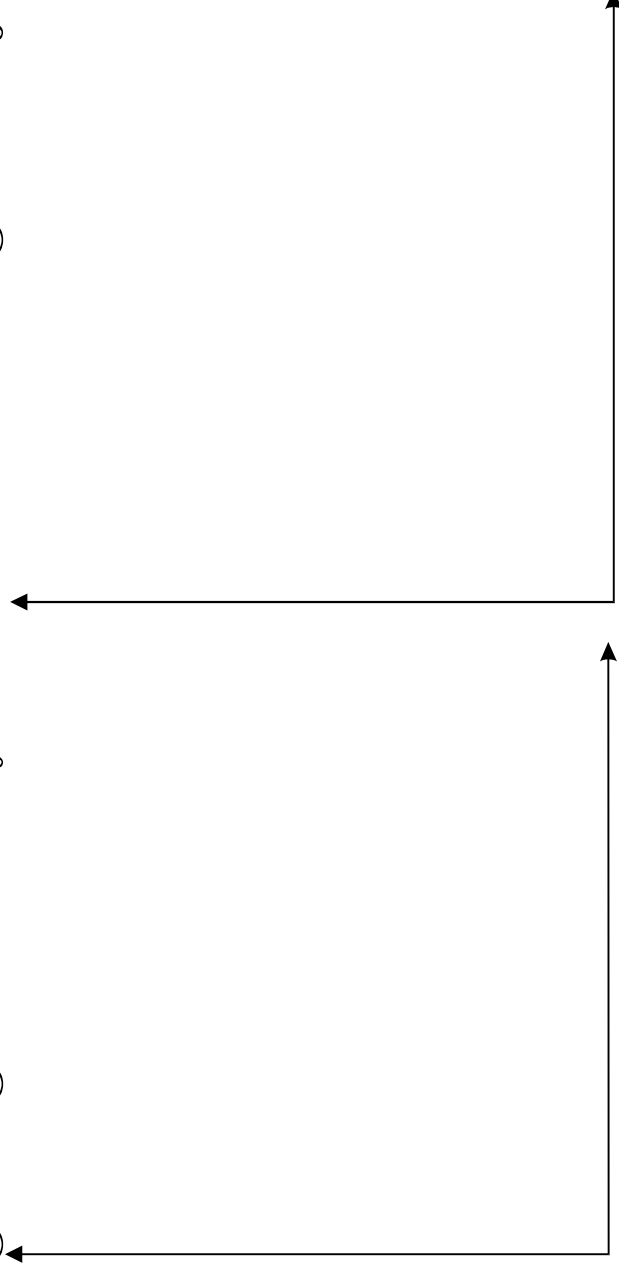
Effekt på  $I$  :

Effekt på  $w$  :

Effekt på  $N$  :

## EKSPERIMENT 4: STIGNING I $z'$

En ventet stigning i produktiviteten (arbejdskraftefterspørgslen) "imorgen". Løseligt fanger dette fx *forventet* afmatning af konjunkturerne.



Effekt på  $Y^d$ ?

Effekt på  $Y^s$  :

## EKSPERIMENT 4: STIGNING I $z'$

Effekt på  $Y$  :

Effekt på  $r$  :

Effekt på  $C$  :

Effekt på  $I$  :

Effekt på  $w$  :

Effekt på  $N$  :

## AFRUNDING

\* Virksomhedens intertemporale problem: Investeringsomfanget afhænger negativt af renten, positivt af forventet produktivitet ( $z'$ ); negativt af kapitalbeholdningen idag.

\* Husholdningens intertemporale problem m. arbejdsudbud: Intertemporal substitution i arbejdsudbuddet (renten påvirker udbud). Ellers som i kap. 6.

\*  $Y^D / Y^S$  modellen: Dynamisk "real" model (stadigvæk ingen penge).

\* Vigtig ny pointe fra eksperimenter: "Fremtiden betyder noget idag"; effekten af ændringer i offentligt forbrug afhænger markant af, om der er tale om midlertidige eller permanente effekter.