Økonomisk kandidateksamen 1999 II.

VIDEREGÅENDE VÆKSTTEORI

4 timers prøve uden hjælpemidler. Alle tre opgaver skal besvares.

Opg. 1 vægtes 50 %, opg. 2 vægtes 30 %, og opg. 3 vægtes 20 %.

1 Opg. 1.

Betragt en markedsøkonomi med en fremstillingssektor og en uddannelsessektor, herefter hhv. sektor 1 og sektor 2. Kun i sektor 1 er aktiviteten markedsmæssig, og her er der fuldkommen konkurrence. Den repræsentative virksomhed i sektor 1 har produktionsfunktionen $Y_t = AK_t^{\alpha}H_{1t}^{1-\alpha}$ (Y = produktion, K = input af realkapital, H_1 = input af humankapital). Den repræsentative husholdning består af L_t personer, hvor $L_t = L_0e^{nt}$, $n \geq 0$ given, $L_0 > 0$ given. Hver person råder pr. tidsenhed over én enhed ikke-fritid. Lad hver person bruge andelen u_t af sin ikke-fritid til at arbejde i sektor 1, mens andelen $1 - u_t$ bruges på uddannelse. Lad A, B, α, δ_k, δ_h, θ og ρ være givne positive konstanter, hvor $\alpha < 1$, $B - \delta_h > \rho - n > 0$.

Idet vi lader $C_t \equiv c_tL_t$ være husholdningens samlede forbrug på tidspunkt t, $k_t \equiv K_t/L_t$ og $H_{1t} \equiv u_th_tL_t$, vil vi analysere denne økonomi ved at tage udgangspunkt i følgende formulering af husholdningens intertemporale beslutningsproblem:

$$\max \int_0^{\infty} \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} e^{-(\rho-n)t} dt \qquad \text{ub.} \tag{1.1}$$

$$\begin{aligned}
c_t &\leq 0,\ 0 \leq u_t \leq 1, && (1.2)\\
\dot{k}_t &= Ak_t^{\alpha}(u_th_t)^{1-\alpha} - c_t - (n+\delta_k)k_t, \qquad k_0 > 0 \text{ given}, && (1.3)\\
\dot{h}_t &= B(1-u_t)h_t - \delta_h h_t, \qquad h_0 > 0 \text{ given}, && (1.4)\\
k_t &\geq 0,\ h_t \geq 0 \text{ for alle } t. && (1.5)
\end{aligned}$$

a) Forklar kort, hvad der kan være idéen i at formulere husholdningens beslutningsproblem, specielt bibetingelsen (1.3), på denne måde. Der ønskes også en kommentar til de øvrige elementer i problemet.

b) Udled ved hjælp af Pontryagins maksimumsprincip de førsteordensbetingelser, som en indre optimal bane må opfylde. Fortolk de i denne forbindelse indførte hjælpevariable.

c) Vis Keynes-Ramseyreglen.

d) Under jævn vækst (dvs. i steady state) må både forholdet $k/(uh)$ og forholdet mellem de to hjælpevariable fra Hamiltonfunktionen være konstant. Vis dette.

e) Bestem c's vækstrate under jævn vækst. *Vink*: Brug punkt b), c) og d). (Da k_t ikke optræder i (1.4), kan det godt lade sig gøre at komme frem til en eksplicit løsning, uanset om $\delta_k \neq \delta_h$.) Kommenter det fremkomne resultat.

f) Er de givne parameterrestriktioner nok til, at c's vækstrate bliver positiv? Er det, uanset svaret herpå, relevant at indføre ekstra parameterrestriktioner?

g) Bestem vækstraten i h, k og $y \equiv Y/L$ under jævn vækst.

h) Vil en proportional indkomstskat på y anvendt til ens lump sum-overførsler til alle påvirke vækstraten i y? Kommentér.

i) Hvad kan der siges om ressourceallokeringens optimalitetsegenskaber? Sammenlign svaret med, hvad man får i en nært beslægtet model fra pensum.

j) Man kan udbygge modellen, så den kan bruges til at forklare presset for indvandring fra fattige til rige lande, selv om der forudsættes frie kapitalbevægelser mellem landene og global adgang til samme teknologi. Forklar dette.

2 Opg. 2.

Betragt Romers 1987-model. Der er L ens husholdninger (L konstant), der hver udbyder 1 enhed arbejde pr. tidsenhed. Grænsenytteelasticiteten kaldes θ og tidspræferenceraten mht. nytte ρ.

Der er to virksomhedssektorer, en "basisvare"-sektor og en iværksætter-sektor. Produktionsfunktionen for virksomhed nr. i ($i = 1, 2, ..., M$) i basisvare-sektoren er givet ved

$$Y_i = AL_i^{1-\alpha} \sum_{j=1}^{N} (x_{ij})^{\alpha}, \qquad A > 0,\ 0 < \alpha < 1,\ A \text{ og } \alpha \text{ konstante.} \tag{2.1}$$

Her er Y_i, L_i og x_{ij} hhv. virksomhedens output, arbejdsinput og input af specialiseret inputvare nr. j ($j = 1, 2, ..., N$). Der er fuldkommen konkurrence i basisvaresektoren. I iværksættersektoren opfindes nye specialiserede inputvarer, som der (gratis) tages evigtvarende patent på. "Opfindelsesproduktionsfunktionen" er

$$\dot{N} = Y_R/\eta, \qquad \eta > 0,\ \eta \text{ konstant.} \tag{2.2}$$

Her er Y_R den mængde af samlet basisvareoutput Y, som opfinderaktiviteten i samfundet lægger beslag på. Desuden anvendes en del af basisvare-produktionen, nemlig $Y_X = Y - C - Y_R$ (hvor $C \equiv cL$ er samlet privat forbrug) til fremstilling af specialiserede inputvarer, som der på tidspunkt t er N forskellige typer af. I (2.2) er N at opfatte som en tilnærmelsesvis kontinuert og differentiabel funktion af tiden t (der ses altså bort fra delelighedsproblemer). Når først inputvare j er opfundet, kræves der til at fremstille én enhed af denne vare én basisvare og ikke andet; dette gælder for alle $j = 1, 2, ..., N$. Det antages, at der er "fri adgang" til opfinderaktivitet, og at mulighederne for opfindelser er så mangfoldige, at flere forskellige opfindere aldrig jagter den samme opfindelse.

Lad $\gamma \equiv \frac{1}{\theta}\left[\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)\frac{L}{\eta}A^{\frac{1}{1-\alpha}}\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} - \rho\right]$, og antag $\gamma > 0$, $(1-\theta)\gamma < \rho$. Det kan vises, at der i generel ligevægt vil gælde

$$\begin{aligned} Y_X &= NX, \qquad \text{hvor } X = LA^{\frac{1}{1-\alpha}}\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}, \qquad \text{og} \\ \frac{\dot{c}}{c} &= \gamma = \frac{\dot{N}}{N}. \end{aligned} \tag{*}$$

Det kan også vises, at en altbestemmende "godgørende" samfundsplanlægger ville afstedkomme en resourceallokering således, at

$$\begin{aligned} Y_X &= NX_s,\ \text{hvor } X_s = L\left(A\alpha\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \qquad \text{og} \\ \frac{\dot{c}}{c} &= \gamma_s = \frac{\dot{N}}{N},\ \text{hvor } \gamma_s \equiv \frac{1}{\theta}\left[\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)\frac{L}{\eta}\left(A\alpha\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} - \rho\right], \end{aligned} \tag{**}$$

idet det er forudsat, at $(1-\theta)\gamma_s < \rho$.

a) Kommenter forskellen mellem (*) og (**).

b) Antag, at regeringen i markedsøkonomien med skatter og subsidier vil forsøge at tilvejebringe samfundsplanlæggerens løsning. Giv en begrundet vurdering af, om dette kan lade sig gøre ved hjælp af følgende to alternative "politikker":

   1) et subsidium til køb af specialiserede inputvarer proportionalt med disses pris, hvor subsidiet finansieres ved en forbrugsskat;

   2) et subsidium til opfinderaktivitet proportionalt med opfindelsesomkostningen, hvor subsidiet finansieres ved en lump sum-skat.

c) Nævn nogle mulige udvidelser af modellen, og hvilke implikationer de har, fx i relation til punkt b) ovenfor.

3 Opg. 3. Korte spørgsmål:

Det er en empirisk kendsgerning, at der for OECD-landene er en negativ sammenhæng mellem landenes indkomst pr. indbygger i fx. 1950 og den gennemsnitlige vækstrate p.a. i indkomst pr. indbygger i 1950-90.

a) "Denne kendsgerning må indebære, at landenes indkomst pr. indbygger nærmer sig samme niveau." Giv en kort begrundet vurdering af dette udsagn.

b) Nævn nogle vækstmodeller, der *ikke* forudsiger en sammenhæng svarende til den ovenfor angivne kendsgerning, og forklar kort, hvorfor de ikke gør det.

c) Giv en kort begrundet vurdering af følgende udsagn: "Endogen vækst hviler altid på en eller anden form for eksternalitet."

d) Giv en kort begrundet vurdering af følgende udsagn: "Samkvem og handel mellem lande gør tilbagestående landes vækst større, end den ellers ville være".

Økonomisk kandidateksamen 1999 II: Videregående vækstteori

Rettevejledning

4 Opg. 1.

Kilde: B&S, kap. 5.2, Lucas 1988.

a) I (1.3) er den repræsentative husholdnings budgetligning formuleret, som om husholdningen var en selvforsynende producent-forbruger (à la Robinson Crusoe eller en selvforsynende landmandsfamilie), idet der ikke sondres mellem lønindkomst og kapitalindkomst. Dette kan man godt gøre i nærværende problemstilling, selv om analysen tilsigter at give et billede af allokeringen i en markedsøkonomi. Det skyldes antagelsen om fuldkommen konkurrence samt fravær af voksende skalaafkast og eksternaliteter. Fordelen er, at analysen bliver enklere, fordi man kun behøver at se på ét maksimeringsproblem og kan se bort fra markedspriser o. lign.

I øvrigt viser (1.1), at der er tale om en "Ramsey-familie" med CIES-nytte og uendelig tidshorisont, hvor den effektive diskonteringsrate bliver $\rho - n$ pga. væksten i familiens (slægtens) størrelse. (1.2) angiver kontrolregionen. Bibetingelserne (1.3)-(1.5) er formuleret i pr. hoved-termer. Med $y \equiv Y/L = Ak_t^{\alpha}(u_t h_t)^{1-\alpha}$ siger (1.3), at $\dot{k} = y - c - (n + \delta_k)k$. (1.4) angiver humankapitaldannelsen, hvor det forenklende er antaget, at der ikke benyttes fysisk kapital. Modsat hos Lucas er der medtaget "nedslidning", idet folk dør, og færdigheder forældes. Men ligesom hos Lucas opereres med en (diskutabel) asymmetri mellem akkumulation af fysisk kapital og af humankapital, idet $-nh$ ikke indgår i (1.4). Antagelsen er altså, at der til at opretholde uændret humankapital pr. person over tid kræves den samme pr. capita-bruttoinvestering, $B(1-u)h = \delta_h h$, uanset hvor stor befolkningsvæksten er. (1.5) er blot en "randbetingelse", der siger, at k og h ikke må blive negative (da det ville være uden mening).

b) Løbende værdi-Hamiltonfunktionen bliver

$$H = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} + \lambda_1 \left[y - c - (n + \delta_k)k\right] + \lambda_2 \left[B(1-u)h - \delta_h h\right],$$

hvor $y \equiv Y/L = Ak_t^{\alpha}(u_t h_t)^{1-\alpha}$, og λ_1 og λ_2 er hjælpevariable. Førsteordensbetingelserne for en indre optimal bane er:

$$\begin{aligned}
\partial H/\partial c &= c^{-\theta} - \lambda_1 = 0, \qquad \text{dvs. } c^{-\theta} = \lambda_1, && (4.1)\\
\partial H/\partial u &= \lambda_1 \partial y/\partial u - \lambda_2 B h = 0, \qquad \text{dvs. } \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\partial y/\partial u}{Bh}, && (4.2)\\
\partial H/\partial k &= \lambda_1(\frac{\partial y}{\partial k} - (n+\delta_k)) = -\dot{\lambda}_1 + (\rho - n)\lambda_1, \qquad \text{dvs.} \\
-\dot{\lambda}_1/\lambda_1 &= \partial y/\partial k - (n+\delta_k) - (\rho - n), && (4.3)\\
\partial H/\partial h &= \lambda_1 \frac{\partial y}{\partial h} + \lambda_2 \left[B(1-u) - \delta_h\right] = -\dot{\lambda}_2 + (\rho - n)\lambda_2, \qquad \text{dvs.} \\
-\dot{\lambda}_2/\lambda_2 &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \partial y/\partial h + B(1-u) - \delta_h - (\rho - n), && (4.4)
\end{aligned}$$

og de nødvendige transversalitetsbetingelser (som dog ikke kræves angivet) er:

$$\begin{aligned}
(TVC_1) \ \lim_{t\to\infty} k_t \lambda_{1t} e^{-(\rho-n)t} &= 0, \\
(TVC_2) \ \lim_{t\to\infty} h_t \lambda_{2t} e^{-(\rho-n)t} &= 0.
\end{aligned}$$

Hjælpevariablen λ_1 kan fortolkes som skyggeprisen (målt i løbende nytte) på fysisk kapital pr. hoved (langs den optimale bane), jf. (4.1). Hjælpevariablen λ_2 kan fortolkes som skyggeprisen (målt i løbende nytte) på humankapital pr. hoved (langs den optimale bane), jf. (4.2).

c) Logaritmisk differentiation mht. t i (4.1) og indsætning af (4.3) giver den sædvanlige Keynes-Ramsey-regel

$$g_c \equiv \dot{c}_t/c_t = (1/\theta)(\partial y/\partial k - \delta_k - \rho), \tag{4.5}$$

hvor $\partial y/\partial k = \alpha A k^{\alpha-1}(uh)^{1-\alpha}$.

d) Ved jævn vækst forstås et forløb, hvor c, y, k og h vokser med en konstant rate (ikke nødvendigvis samme rate). Af (4.5) ses, at g_c konstant kræver $\partial y/\partial k$ konstant, og dette kræver, da $\partial y/\partial k = \alpha A\tilde{k}^{\alpha-1}$, hvor $\tilde{k} \equiv k/(uh)$, at $\tilde{k}$ er konstant.

Lad

$$p \equiv \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\partial y/\partial u}{Bh} = \frac{(1-\alpha)\, Ak^{\alpha}\,(uh)^{-\alpha}\, h}{Bh} = (1-\alpha)\,\frac{A}{B}\tilde{k}^{\alpha},$$

hvor vi har brugt (4.2). Vi ser, at p er konstant, når $\tilde{k}$ er konstant.

e) Ved at bruge (4.3), (4.4) og (4.2) får vi

$$\begin{aligned}
\dot{p}/p &= \dot{\lambda}_2/\lambda_2 - \dot{\lambda}_1/\lambda_1 = \frac{\partial y}{\partial k} - \delta_k - \rho - \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\frac{\partial y}{\partial h} - B(1-u) + \delta_h + \rho - n \\
&= \frac{\partial y}{\partial k} - \delta_k - \frac{\partial y/\partial h}{\partial y/\partial u} Bh - B(1-u) + \delta_h - n \\
&= \frac{\partial y}{\partial k} - \delta_k - Bu - B(1-u) + \delta_h - n \\
&= \frac{\partial y}{\partial k} - \delta_k - B + \delta_h - n = 0 \text{ i jævn vækst, dvs.} \\
\frac{\partial y}{\partial k} - \delta_k &= B - \delta_h + n, \qquad (4.6)
\end{aligned}$$

og dermed fra (4.5)

$$g_c = (1/\theta)(B - \delta_h + n - \rho) \equiv g^*. \qquad (4.7)$$

Vi ser, at pr. capita-vækstraten g^* er voksende i nettoproduktiviteten i uddannelsessektoren ("vækstmotoren") og aftagende i den "effektive" diskonteringsrate, $\rho - n$. Teknologiparametrene fra fremstillingssektoren, A, α og δ_k, indgår ikke i bestemmelsen af g_c under jævn vækst. Det skyldes imidlertid blot den specielle antagelse, at uddannelsessektoren ikke anvender input (fysisk kapital) fra fremstillingssektoren.

f) Ja, $B - \delta_h > \rho - n \Rightarrow g^* > 0$. Der er altså tale om en model med strengt endogen vækst.

Der er tillige brug for parameterrestriktionen $\rho - n > (1-\theta)g^*$ for at sikre, at nytteintegralet konvergerer.

g) Under jævn vækst er pr. definition bl.a. g_h $(= B(1-u) - \delta_h)$ konstant og dermed u konstant. Da tillige $\tilde{k}$ er konstant, er k/h konstant, dvs. $g_h = g_k$. Da $y/k = A\tilde{k}^{\alpha-1}$, hvor $\tilde{k}$ er konstant, følger, at $g_y = g_k$. Ifølge (1.3) er

$$g_k = y/k - c/k - (n + \delta_k),$$

der pr. definition er konstant under jævn vækst, hvor altså også c/k er konstant, dvs. $g_k = g_c = g^*$. Alt i alt har vi altså under jævn vækst: $g_h = g_k = g_y = g_c = g^*$.

h) For at undersøge dette spørgsmål, opstilles kapitalakkumulationsligningen, givet den angivne beskatning:

$$\dot{k} = (1-\tau)y - c - (n + \delta_k)k + T,$$

hvor τ er indkomstskattesatsen, $0 < \tau < 1$, og T $(= \tau y)$ er lump sum-overførslen. I førsteordensbetingelserne erstattes y med $(1-\tau)y$, og i (4.5) $\partial y/\partial k$ med $(1-\tau)\partial y/\partial k$. Eneste konsekvens bliver, at (4.6) kommer til at hedde

$$(1-\tau)\frac{\partial y}{\partial k} - \delta_k = B - \delta_h + n, \tag{4.8}$$

hvorfor vi under jævn vækst har, at (4.7) gælder uændret! Dermed er også g_y uændret under jævn vækst. Ganske vist bevirker beskatningen lavere disponibelt kapitalafkast for *givet* $\partial y/dk$, men i jævn vækst neutraliseres dette ved, at $\partial y/\partial k$ tilpasses opad, så det vækstkorrigerede nettokapitalafkast igen bliver lig nettoafkastet på humankapitalinvestering, $B - \delta_h$, jf. (4.8).

Fraværet af en vækstvirkning på langt sigt af en indkomstskat skyldes imidlertid alene den urealistiske antagelse, at uddannelsessektoren ikke benytter fysisk kapital. Hvis den gør det, bliver væksteffekten negativ, omend numerisk mindre jo mindre vægten af fysisk kapital er i humankapitaldannelses-funktionen.

i) Der er en repræsentativ aktør med uendelig tidshorisont og perfekt forudseenhed, fuldkommen konkurrence, ingen eksternaliteter, og produktionsmulighedsområdet er konvekst. Derfor er ressourceallokeringen i markedsøkonomien ikke alene Pareto-optimal, men identisk med hvad en altvidende og altbestemmende samfundsplanlægger, med samme kriteriefunktion som den repræsentative husholdning, ville afstedkomme. Ressourceallokeringen i markedsøkonomien er altså "samfundsmæssigt optimal".

I pensum (Lucas' artikel) optræder en lignende model, men med positive eksterne effekter af den gennemsnitlige humankapital, således at

$$y = Ak_t^{\alpha}\left(u_t h_t\right)^{1-\alpha}\bar{h}_t^{\varepsilon}, \text{ hvor } \varepsilon > 0. \tag{4.9}$$

Da vil markedsøkonomiens allokering ikke længere være "samfundsmæssigt optimal" og end ikke være Pareto-optimal. Der satses for lidt på uddannelse, og da der er tale om en endogen vækst-model, er konsekvensen en "for lav" vækst på langt sigt.

j) Udbygningen består dels i $\varepsilon > 0$ som i (4.9), dels i at opfatte modellen som beskrivende små åbne økonomier med fælles realrente r givet fra det internationale kreditmarked. Virksomhedernes profitmaksimering fører til

$$\partial y/\partial k = \alpha Ak^{\alpha-1}(uh)^{1-\alpha}\bar{h}^{\varepsilon} = \alpha A\tilde{k}^{\alpha-1}\bar{h}^{\varepsilon} = r + \delta_k$$

og dermed en *justeret* kapitalintensitet $\hat{k} \equiv \tilde{k}/\bar{h}^{\varepsilon/(1-\alpha)}$ således, at

$$\alpha A \hat{k}^{\alpha-1} = r + \delta_k. \tag{4.10}$$

Alle lande vil altså have samme $\hat{k}$. Ligevægtsreallønnen *pr. enhed humankapital* i land nr. i bliver

$$\begin{aligned}
\tilde{w}_i &= \frac{\partial Y_i}{\partial (uhL)_i} = \frac{\partial y_i}{\partial (uh)_i} = (1-\alpha)Ak_i^{\alpha}(u_i h_i)^{-\alpha}\bar{h}_i^{\varepsilon} = (1-\alpha)A\tilde{k}_i^{\alpha}\bar{h}_i^{\varepsilon} \\
&= (1-\alpha)A(\tilde{k}_i/\bar{h}_i^{\varepsilon/(1-\alpha)})^{\alpha}\bar{h}_i^{\varepsilon\alpha/(1-\alpha)}\bar{h}_i^{\varepsilon} = (1-\alpha)A\hat{k}_i^{\alpha}\bar{h}_i^{\varepsilon/(1-\alpha)}.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Mens landene ifølge (4.10) vil have samme $\hat{k}$, vil de normalt have forskelligt $\bar{h}$. Lønnen for en person med humankapital h_0 bliver i land i $w_i(h_0) = \tilde{w}_i h_0$. Da rige lande vil tendere til at have højere gennemsnitlig humankapital $\bar{h}_i$ end fattige lande, vil $\tilde{w}_i h_0$ ifølge (4.11) være højere i et rigt land end i et fattigt land (for givet h_0). Så hvis personen med det givne h_0 er fra et fattigt land, er der incitament til at emigrere til et rigt land.

5 Opg. 2.

Kilde: Primært B&S kap. 6.1.

a) Vi ser af (*) og (**), at $X < X_s$ og $\gamma < \gamma_s$, idet $0 < \alpha < 1$. Baggrunden for denne inefficiens er, at i kraft af patentet har den enkelte iværksætter monopol på sit specialiserede inputgode og sætter den profitmaksimerede pris $p = 1/\alpha > MC = 1$. Ikke alene fører dette til for lidt fremstilling af specialiserede inputgoder i markedsøkonomien, men også til en "for lav" realrente og dermed "for lav" villighed til forbrugsudskydelse (satsning på F&U), hvilket i vores endogene vækstmodel resulterer i en "for lav" vækstrate.

b) *ad 1)* Kald subsidiet s. Vi ønsker, at den private anskaffelsespris for det enkelte specialiserede inputgode, $\tilde{p} = (1-s)p = (1-s)\frac{1}{\alpha}$, bliver lig $MC = 1$. Heraf fås $1 - s = \alpha$ eller $s = 1 - \alpha$, en konstant. Da bliver efterspørgslen $X = X_s$. Til finansiering heraf kræves et skatteprovenu $T = spNX_s = s(1/\alpha)NX_s$. Hvis forbrugsskattesatsen kaldes τ, betaler forbrugeren $(1+\tau)c$ for c forbrugsvarer, og statens provenu bliver τcL. Balanceret budget indebærer $s(1/\alpha)NX_s = \tau cL$, dvs.

$$\tau = \frac{sNX_s}{\alpha cL} = \frac{(1-\alpha)NX_s}{\alpha cL} = \text{ konstant}, \tag{5.1}$$

da c og N vokser med samme rate γ_s, mens X_s og L er konstante. Da der ikke er nytte af fritid, kan forbrugsbeskatningen højest bevirke en forvridning af forbrugets *tids*profil. Men forbrugsskattesatsen er netop vist at være konstant, og derfor påvirkes forbrugets tidsprofil ikke. Finansieringen af subsidiet bevirker altså ingen forvridning. Med andre ord opnås samfundsplanlæggerens løsning.

ad 2) Kald subsidiet σ, og lad det være konstant over tid. Vi ønsker, at den private opfindelsesomkostning $\tilde{\eta} = (1-\sigma)\eta$ er sådan, at $\gamma = \gamma_s$. Ligevægt med $\dot{N} > 0$ kræver, set fra iværksætternes synsvinkel,

$$V(t) = \tilde{\eta}, \tag{5.2}$$

hvor $V(t)$ er markedsværdien af den enkelte iværksættervirksomhed. Set ud fra en porteføljeligevægts-synsvinkel kræves, at no-arbitrage-betingelsen

$$\frac{\pi + \dot{V}}{V} = r, \tag{5.3}$$

hvor π er den løbende monopolprofit, er opfyldt.

Da σ er konstant, er også $V(t)$ konstant, dvs. $\dot{V} = 0$, og (5.3) og (5.2) giver $r = \pi/V = \pi/\tilde{\eta} = (\frac{1}{\alpha} - 1)X/\tilde{\eta} = (\frac{1}{\alpha} - 1)LA^{\frac{1}{1-\alpha}}\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}/\left[(1-\sigma)\eta\right]$, som vi ønsker skal være lige lig $r_s \equiv \theta\gamma_s + \rho = (\frac{1}{\alpha} - 1)L(A\alpha)^{\frac{1}{1-\alpha}}/\eta$ fra (**). Af dette krav følger $\frac{1}{1-\sigma} = \alpha^{-\frac{1}{1-\alpha}}$, dvs. $\sigma = 1 - \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}$. Da bliver markedsøkonomiens $\gamma = \gamma_s$. Men X er uændret pga. monopolprisfastsættelsen for det enkelte specialiserede inputgode ($p = 1/\alpha > MC = 1$). X er således stadig mindre end X_s, og dermed bliver nettoproduktionen $\tilde{Y} \equiv Y - NX \equiv \sum Y_i - NX = AL^{1-\alpha}X^{\alpha}N - NX$ "for lille".

Mere udførligt: Statisk efficiens kræver, at X er valgt, så nettoproduktionen $\tilde{Y}$, der er til rådighed for forbrug og "investering" i form af forskning og udvikling, er maksimal. Kravet er altså $\partial\tilde{Y}/\partial X = 0$, dvs. $\partial Y/\partial X = N$, hvilket giver $X = X_s$. Men pga. monopolistadfærden har vi $X < X_s$. Altså opnås samfundsplanlæggerens løsning ikke ved den angivne politik.

c) Nogle mulige udvidelser af modellen:

I. Tidsbegrænset monopolmagt. Dette kan skyldes begrænset varighed af patenter, vanskeligheder med at hemmeligholde know-how, konkurrenters introduktion af nære substitutter m.m. Dette fører til tilpasningsdynamik som følge af, at der fremkommer *to* beholdningsvariable i det dynamiske system, nemlig udover N^m, der er antallet af effektive patenter, også N^c, der er antallet af specialiserede inputvaretyper, hvortil der ikke længere er knyttet monopol. I den stokastiske model for dette, som er med i pensum, bliver tilpasningsdynamikken dog ret indviklet (og i øvrigt ikke undersøgt nærmere). Men under alle omstændigheder betyder forekomsten af tilpasningsdynamik i modellen, at markedsløsningen afviger fra samfundsplanlæggerens løsning, der er den samme som ovenfor og ikke har tilpasningsdynamik.

Mere specifikt indebærer tidsbegrænsningen af monopolmagten, at markedsøkonomiens statiske inefficiens bliver formindsket (X bliver større, dog stadig mindre end X_s). Men på den anden side svækkes tilskyndelsen til F&U, fordi det fremtidige afkast derved bliver mindre. Derfor bliver γ mindre end før, og politik 1) anvendt på de N^m monopoliserede inputvarer er ikke længere nok til at sikre samfundsplanlæggerens løsning. Politik 2) kan heller ikke gøre dette, da den statiske inefficiens ikke fjernes ved denne politik.

II. Positive eksterne effekter af F&U. Dette kan indbygges i modellen ved at erstatte (2.2) med fx

$$\dot{N} = \frac{1}{\eta} L_R N, \tag{5.4}$$

hvor $\eta > 0$ stadig er en konstant, mens L_R er den del af arbejdsstyrken, der allokeres til F&U (dvs. $L = L_Y + L_R$). Jo større samfundets tekniske viden (målt ved N) er, jo mindre er den krævede arbejdsindsats (η/N) for at lave én ny opfindelse. Under antagelse af at de enkelte opfindelsers bidrag til N ikke kan privatiseres, indebærer dette en positiv ekstern effekt af F&U. En relevant økonomisk politik vil nu indebære ikke blot et omkostningstilskud til aftagerne af specialiserede inputvarer, men også et tilskud til F&U. Hverken politik 1) eller politik 2) er altså fyldestgørende.

III. Specialiserede inputvarer som kapitalgoder. Dette svarer til Romers 1990 model. Der er nu *to* beholdningsvariable i systemet, dels N, dels mængden af fysisk kapital, K. Derfor opstår der en tilpasningsdynamik à la den i B&S kap. 5.3 beskrevne. Bemærkningerne fra pkt. II om økonomisk politik gælder også her.

IV. Nytte af fritid. Herved bliver arbejdsudbuddet endogent, og finansieringsmåden for politik 1) bliver derfor forvridende.

6 Opg. 3.

Kilde: Især B&S, kap. 1 og 4, samt Lucas 1988, afsn. 5.

a) Udsagnet er forkert eller i bedste fald upræcist af flere grunde. For det første kunne "nærme sig samme niveau" tolkes som, at spredningen på y (indkomst pr. indbygger) på tværs af landene over tid skulle gå mod nul, hvilket forudsætter, at de absolutte indkomstforskelle, $y_i - \bar{y}$ (hvor $\bar{y}$ er gennemsnittet på tværs af landene i et givet år), skulle tendere til over tid at forsvinde. Men selv i en deterministisk model er dette ikke en nødvendig konsekvens af, at de fattigere lande måtte vokse hurtigere end de rigere lande i et vist tidsinterval (her 1950-90), idet dette blot sikrer, at de *relative* indkomstforskelle, $y_i/\bar{y}$, aftager. For det andet: I en *stokastisk* model (hvor der altså tages hensyn til, at tingene altid er influeret også af tilfældige påvirkninger) vil i bedste fald spredningen på $y_i/\bar{y}$ (eller på $\log y_i$) konvergere mod en positiv langsigtsværdi. Hvis initialspredningen tilfældigvis var mindre end langsigtsværdien, ville den anførte empiriske kendsgerning være forenelig med, at spredningen på $y_i/\bar{y}$ *voksede* over tid.

b) AK-modellen og de AK-lignende modeller (fx Romers 1986-model med "learning by investing", Barros model med produktive offentlige ydelser eller F&U-modellen fra opg. 2 ovenfor) forudsiger ikke en sammenhæng svarende til den angivne kendsgerning. Det skyldes, at disse modeller ikke har tilpasningsdynamik, men forudsiger, at indkomst pr. medlem af arbejdsstyrken fra starten vokser med en endogent bestemt konstant rate uafhængigt af initialindkomsten. Dette hænger sammen med denne modeltypes lidt "firkantede" struktur, der medfører, at realrenten i markedsligevægt nødvendigvis bliver tidsuafhængig.

Heller ikke de mindre firkantede modeltyper med strengt endogen vækst (fx Uzawa-Lucasmodellen og Romers 1990-model) forudsiger entydigt en sammenhæng svarende til den angivne kendsgerning, dels fordi tilpasningsdynamik med to kapitalgoder åbner op for mange sammenhænge, dels fordi disse modeller forudsiger forskellige steady state-vækstrater i (fra hinanden isolerede) lande med forskellige strukturelle karakteristika - uafhængigt af landenes initiale indkomstniveau.

Derimod forudsiger Solowmodellen og Ramseymodellen med eksogene tekniske fremskridt en sammenhæng svarende til den angivne empiriske kendsgerning (hvis OECD-landene opfattes som havende nogenlunde ens strukturelle karakteristika).

c) Forkert! Opg. 1 og 2 er jo klare modeksempler.

d) Til støtte for udsagnet kan henvises til, at teknologioverførsel og udveksling af forskningsideer og -metoder lettes ved samkvem og handel. Men ifølge baby-industri-argumentet er udsagnet ikke nødvendigvis sandt. Dette argument (jf.

Lucas 1988, afsn. 5) går ud på, at hvis fx et u-land åbner op for handel, vil det specialisere sig i de produkttyper, hvor landet har sine *statiske* komparative fordele. Men dette kan være produkttyper, hvor positive dynamiske eksternaliteter er svage (dvs. svage "learning by doing"-effekter), så væksten bliver lavere, end hvis landet havde specialiseret sig i produkttyper, som det ganske vist initialt ikke har statisk komparativ fordel i, men som over tid har større "learning by doing"-effekter og dermed større vækstpotentiale. Dette kan gøre det fordelagtigt med en vis beskyttelse i startfasen.