

# Økonomisk Kandidateksamen 1998 II.

## Videregående vækstteori.

4 timers prøve uden hjælpemidler. Alle spørgsmål skal besvares.

### Opgave I (15 points)

Antag at en regering har mulighed for at udbyde kollektive goder, der fremmer produktiviteten i den private sektor, men kun har mulighed for at finansiere disse goder ved at opkræve forvridende skatter, der hæmmer væksten. Antag ydermere, at skatterne falder på kapitalindkomst. Hvilken sammenhæng kan man forestille sig mellem indkomstfordeling og vækst i en sådan økonomi?

### Opgave II (25 points)

Et lands forbrugere vælger forbrugsforløb  $C : [s, \infty] \rightarrow \mathbb{R}_+$  der maksimerer

$$U = \int_s^\infty \ln C(t) e^{-\rho(t-s)} dt$$

givet at

$$\int_s^\infty C(t) e^{-r(t-s)} dt \leq W(s)$$

hvor  $W(s)$  er formuen til tidspunkt  $s$ , og  $r$  er renten, som er konstant. Der gælder desuden at  $\rho > 0$ .

- 1 Fortolk budgetbetingelsen og find et udtryk for forbrugsniveauet på tidspunkt  $s$ , f.eks. ved at benytte følgende specialtilfælde af Leibniz-reglen til at finde budgetbetingelsen på den sædvanlige differentiaallignings-form:

Når  $\int_{a(z)}^\infty f(z, u) du < \infty$  er

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{a(z)}^\infty f(z, u) du = -f(z, a(z)) \frac{\partial a(z)}{\partial z} + \int_{a(z)}^\infty \frac{\partial}{\partial z} f(z, u) du$$

- 2 Vis at formuen kun er konstant over tid, hvis  $r = \rho$ .

Sammenhængen  $r = \rho$  kan under passende forudsætninger vises at gælde for en lukket økonomi. Antag nu, at der sker en liberalisering af de finansielle kapitalbevægelser over landets grænser, således at den indenlandske rente tilpasser sig den internationale rente  $r^* < \rho$ . Formuen består af indenlandske reale aktiver,  $K$  og humankapital  $H$  samt nettofordringer på udlandet  $F$  (som før liberaliseringen var nul). Vi antager, at kapitalliberaliseringen og den lavere rente øger investeringerne og dermed mængden af indenlandske humane og reale aktiver, således at disse stabiliserer sig omkring niveauet  $K^* + H^* > 0$  efter et stykke tid.

- 3 Hvordan udvikler økonomiens andre variable sig? Kommentér realismen i denne udvikling?
- 4 Hvilken antagelse kunne man gøre om vilkårene på det internationale låne-marked, som ville hjælpe på problemet?

### Opgave III (60 points)

Betragt en økonomi som, udover forbrugere, er befolket af tre typer agenter: producenter af varer, udlejere af kapitalgoder til vareproducenterne, samt forskervirksomheder, der udvikler nye typer kapitalgoder. Der findes to typer arbejdskraft, nemlig humankapital og almindelig arbejdskraft, hvis samlede udbud er henholdsvis  $H$  og  $L$ , som er konstante.

Den repræsentative vareproducent har følgende produktionsfunktion

$$Y = H_Y^\alpha L^\beta \int_0^A x(i)^{1-\alpha-\beta} di$$

hvor  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \beta < 1$  og hvor  $x(i)$  er den anvendte mængde af kapitalgode af type  $i$  og  $L$  og  $H_Y$  er input af hhv. arbejdskraft og humankapital. Den enkelte vareproducent, som er pristager, maksimerer sin profit, idet outputvaren er numeraire og således har prisen én.

- 1 Kan de forskellige typer kapitalgoder substituere hinanden i produktionen?
- 2 Find et udtryk for virksomhedens efterspørgsel efter kapitalgode  $i$ , givet at prisen (lejen) er  $p(i)$

Antag at der for hver type kapitaludstyr kun findes én udlejer, nemlig ejeren af patentet på den pågældende type. En ejer af et patent producerer selv det kapitaludstyr, der lejes ud. Produktionsteknologien er lineær således at den pågældende type kapitalgode og varer kan konverteres i forholdet én til én. Omkostningen ved at udleje  $x$  enheder er således alternativomkostningen,  $rx$ , ved binde kapital i udlejet kapitaludstyr.  $r$  er renten, som antages konstant.

- 3 Opstil monopolist nr.  $i$ 's problem og find udtryk for pris og mængde samt den tilhørende monopolprofit.
- 4 Kommentér udtrykket. Er der nogen forskel på monopolisternes adfærd afhængig af hvilket patent i  $[0, A]$ , de ejer?
- 5 Find den pris,  $P_A$ , som en potentiel ny monopolist netop er villig til at betale for et patent, givet at patentet varer evigt.

Forskervirksomhederne, der maksimerer deres profit, anvender den eksisterende viden  $A$  samt humankapital til at frembringe nye typer af kapitalgoder efter differentialligningen

$$\dot{A} = \delta H_A A$$

hvor  $H_A = H - H_Y$  er den anvendte humankapital i den repræsentative forskningsvirksomhed

- 6 Forklar hvorfor dette i en ligevægt med  $H_A > 0$  indebærer følgende sammenhæng mellem prisen på humankapital,  $w_H$  og  $P_A$  :

$$P_A \delta A = w_H$$

- 7 Hvordan bliver fordelingen af humankapital på de to anvendelser i en ligevægt med  $H_A > 0$ ?
- 8 Find et udtryk for vækstraten i  $A$  og  $Y$  i en sådan ligevægt, udtrykt ved renten og beholdningen af humankapital (samt parametre). Hvorfor giver en højere rente lavere vækstrate?

Antag, at økonomien befinder sig i steady state, således at renten er konstant, og ovenstående resultater gælder i den pågældende ligevægt. Forbrugerne antages at maksimere

$$\int_s^\infty \frac{C(t)^{1-\theta} - 1}{1-\theta} e^{-\rho(t-s)} dt.$$

under passende bibetingelser således at forbruget vokser med raten  $\gamma_C = \frac{r-\rho}{\theta}$ .

- 9** Begrund hvorfor vækstraterne i  $Y$  og  $C$  skal være ens og find et udtryk for den fælles vækstrate, som kun indeholder parametre og evt. eksogene variable.
- 10** Vis at humankapitalen skal have en vis størrelse for at der overhovedet kommer positiv vækst i økonomien. Hvorledes skal analysen i spm. 6-8 ændres, hvis humankapitalen er mindre end dette niveau?
- 11** Skitsér hvorledes man kunne efterprøve om vækstraten i økonomien er optimal. Hvilke kilder til inoptimalitet i markedsløsningen kunne der være?
- 12** Diskutér modellen og sammenlign eventuelt med andre modeller.