

OPGAVE I

MAKROØKONOMI 1, EFTERÅR 2003
MATEMATIK-ØKONOMI

Henrik Jensen
Københavns Universitets
Økonomiske Institut

Hjemmeside: www.econ.ku.dk/personal/henrikj/makro1-E2003/

Solow-modellens empiriske fit uden og med human kapital¹

Figur 3.1 i **Jones** illustrerer v.h.j.a. ligning (3.9), under antagelse af $\hat{A} = \hat{g} = 1$, hvor godt Solow-modellen med humankapital forklarer landes faktiske output pr. arbejder relativt til USA. Kapitel 3 handler om indførelse af human kapital i Solow-modellen, og det kunne derfor være interessant at se, hvor meget denne modeludvidelse *i sig selv* forbedrer modellens fit. Det siger figur 3.1 jo ikke noget om. Man kan imidlertid undersøge dette ved at konstruere en figur, der viser faktisk relativ Y/L sat op mod modelforudsagt steady state-værdi, når der ved beregning af sidstnævnte *ses bort fra* human kapital forskelle; dvs. man sætter $\hat{h} = 1$ i ligning (3.9).

Prøv at konstruere en sådan figur ved at anvende data fra **Jones'** "Table C.2" på s. 216. For at det skal blive overkommeligt, skal du kun bruge data for lande, der har Y/L på mindst 10% af USA (så Indien bliver det fattigste land, som kommer med). For at kunne foretage en vurdering af human kapitalens betydning, er du også nødt til at rekonstruere Figur 3.1 for dette mindre datasæt.

Du skal altså udføre beregninger af modelforudsagt relativ Y/L baseret på formel (3.9), dels med $\hat{A} = \hat{g} = 1$, men \hat{h} givet ud fra datas værdier for landenes u (for at rekonstruere Figur 3.1), og dels med $\hat{A} = \hat{g} = \hat{h} = 1$ (til Figuren der ser på Solow-modellens fit, når human kapital ignoreres). Derefter tegnes modelforudsagt relativ Y/L op mod faktisk relativ Y/L for begge tilfælde. Til rekonstruktion af Figur 3.1 skal du beregne hvert lands \hat{h} som

$$\hat{h} = \frac{h}{h_{US}} = \frac{e^{\psi u}}{e^{\psi u_{US}}} = e^{\psi(u-u_{US})},$$

¹Denne opgave bygger tæt på en opgave stillet af Hans Jørgen Whitta-Jacobsen på polit-studiet i efteråret 2001 (dog opdateret med 1997 data, som den nye version af **Jones** anvender). Jeg takker for at få lov til at "hugge" store dele af opgaven.

og bruge $\psi = 0.1$ ligesom i bogen. Andre parametre skal du også blot tage fra bogen, dvs. $\alpha = 1/3$ og $g + d = .075$.

Ved at sammenligne dine figurer, kan du nu vurdere, hvor meget inddragelsen af forskelle i uddannelsesindsats forbedrer Solow-modellens fit. Læg også mærke til om modellen uden human kapital over- eller undervurderer landenes relative indkomst, og forklar hvorfor.

Det er lidt af et arbejde, du bliver bedt om at udføre her. Det nemmeste er klart at bruge computer og regneark. For at lette dig i arbejdet kan du på kursushjemmesiden finde et Excel-ark, hvor indtastningen af data er foretaget. Arket rummer således for de betragtede lande alle de nødvendige data, dvs.: \hat{y}_{97} , s_K , u og n . Brug derfor regnearket til at lave dine beregninger i, og til at fremstille de ønskede figurer.

Et godt tip ved sammenligningen af figurene, er at indtegne en "tendenslinie". Dette gøres ved blot at højreklikke på en af prikkerne i figuren, og vælge "tilføj tendenslinie". Ved den menu, der fremkommer vælg "lineær" under fanebladet "Type" og afskryds såvel "vis ligning i diagram" og "Vis R-kvadreret værdi i diagram" under fanebladet "Indstillinger". Her vil du nu kunne se hældningskoefficienten på linien (jo tættere på én, jo bedre fit af modellen), samt R^2 , som angiver hvor mange procent af variationen i Y/L på tværs af lande, som Solow modellen forklarer.

Ekstraopgave (som er pærenem, hvis man har lavet det ovenstående)

Ved forelæsningerne gjorde jeg (muligvis) opmærksom på, at værdien $\psi = 0.1$ ikke er konsistent med, at reallønnen stiger med 10% ved ét års ekstra uddannelse, hvis man tager udgangspunkt i Solow-modellens udtryk for reallønnen. Dette er jo givet ved

$$w = (1 - \alpha) \frac{Y}{L}.$$

Med produktionsfunktionen $Y = K^\alpha (Ae^{\psi u} L)^{1-\alpha}$ [givet ved kombination af ligningerne (3.1) og (3.2)], får man derfor

$$w = (1 - \alpha) K^\alpha (Ae^{\psi u})^{1-\alpha} L^{-\alpha}.$$

Effekten af en absolut ændring i u , på en relativ ændring i w findes derfor ved at tage logaritmen til ovennævnte udtryk, og differentiere m.h.t. u :

$$\frac{d \log w}{du} = (1 - \alpha) \psi.$$

Dvs. for $\alpha = 1/3$ betyder det, at hvis udsagnet om at et års ekstra uddannelse øger reallønnen med 10%, da høves fra ovenstående ligning:

$$\begin{aligned} 0.1 &= (2/3)\psi \\ \implies \psi &= 0.15. \end{aligned}$$

Dvs. for at være konsistent med Solow-modellens udtryk for realløn, bør man faktisk anvende værdien $\psi = 0.15$, hvis altså empirien med de 10% lønstigninger er korrekt. Men gør det den store forskel, om vi bruger $\psi = 0.1$ eller $\psi = 0.15$? Prøv at undersøge dette ved at rekonstruere Jones' Figur 3.1, med $\psi = 0.15$ (og alle andre forudsætninger bibeholdt). Betyder den eksakte værdi af ψ indenfor denne størrelsesorden noget for Solow-modellens fit?