

Makroøkonomi 1, 31/10 2003

Henrik Jensen

## Kvantitativ betydning af naturlige ressourcer for vækst: Empiri og alternative former for produktionsfunktioner

- Forekomst af naturlige ressourcer i produktionsprocessen reducerer økonomiens langsigtede pr. capita vækstrate
  - Befolkningsvæksten udgør et “pres” på den naturlige ressource (både når den er konstant og, i særlig grad, når ressourcen reduceres over tid)
  - Dette indebærer en “kamp” mellem positiv pr. capita vækst forårsaget af teknologiske fremskridt, og negativ pr. capita vækst forårsaget af dette “Malthus-agtige” pres på ressourcerne
  - Hvem “vinder”?
  - Ultimativt et empirisk spørgsmål
- I Jones, kap. 9.1 og 9.2, undersøgedes teoretisk hhv. forekomst af en **konstant** ressource og en **ikke-fornybar** ressource
- For at få et fyldestgørende billede til “besvarelsen” af det empiriske spørgsmål, *kombineres* modellerne til at indeholde begge typer af ressourcer

- For den “kombinerede” model er aggregeret output givet ved

$$Y = BK^\alpha T^\beta E^\gamma L^{1-\alpha-\beta-\gamma}$$

hvor notationen følger Jones, kap. 9.1. og 9.2.

- Balanceret vækstbane findes som i kap. 9.1. og 9.2. ved at dividere med  $Y^\alpha$ :

$$Y^{1-\alpha} = B (K/Y)^\alpha T^\beta E^\gamma L^{1-\alpha-\beta-\gamma}$$

$$Y = B^{\frac{1}{1-\alpha}} (K/Y)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} T^{\frac{\beta}{1-\alpha}} E^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} L^{\frac{1-\alpha-\beta-\gamma}{1-\alpha}}$$

- Anvendelse af den ikke-fornybare ressource er som i kap. 9.2. givet ved  $E = s_E R_0 e^{-s_E t}$ , og vi får

$$Y = B^{\frac{1}{1-\alpha}} (K/Y)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} T^{\frac{\beta}{1-\alpha}} [s_E R_0 e^{-s_E t}]^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} L^{\frac{1-\alpha-\beta-\gamma}{1-\alpha}}$$

- “Taking logs and then derivatives.....”

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{1}{1-\alpha} g_B - \frac{\gamma}{1-\alpha} s_E + \frac{1-\alpha-\beta-\gamma}{1-\alpha} n$$

- Derved fås outputvækst pr. capita som:

$$\boxed{g_y = g - (\bar{\beta} + \bar{\gamma}) n - \bar{\gamma} s_E,}$$

$$g \equiv \frac{1}{1-\alpha} g_B, \quad \bar{\beta} \equiv \frac{\beta}{1-\alpha}, \quad \bar{\gamma} \equiv \frac{\gamma}{1-\alpha}.$$

- Empirisk spørgsmål er nu:
  - Hvor meget dæmpes pr. capita outputvækst,  $g_y$ , af “vækst-tabet” beskrevet ved  $(\bar{\beta} + \bar{\gamma}) n + \bar{\gamma} s_E$ ?
- Nordhaus (1992) laver beregninger (for USA) for de forskellige parameterverdier for at få et overordnet indtryk af de relevante størrelsesordner
- Vi skal finde værdier for  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $s_E$ . Under antagelse af fuldkommen konkurrence på faktormarkederne er  $\alpha$ ,  $\beta$  og  $\gamma$  de tilhørende faktorerers andel af output (og  $1 - \alpha - \beta - \gamma$  er lønandelen). Nordhaus finder:
  - \*  $\alpha = 0.2$ ;  $\beta = 0.1$ ;  $\gamma = 0.1$  ( $\Rightarrow$  lønandel på 0.6)
  - \*  $s_E = 0.005$
  - \*  $\Rightarrow (\bar{\beta} + \bar{\gamma}) n + \bar{\gamma} s_E = 0.0031$
- M.a.o, forekomst af såvel konstante som ikke-fornybare ressourcer resulterer i en reduktion af outputvækst pr. capita på 0.3%.
- Meget? Lidt?
 

(Det bekræfter dog *ikke* “Malthus-agtige” dommedags-profetier...)
- Husk Lucas regel: “Et land som vokser m.  $x$  % pr. år, vil fordoble pr. capita indkomst hver  $70/x$  år.”
 

$(y(t^*) = 2y_0 = y_0 e^{xt^*/100} \Rightarrow t^* = \log 2 * 100/x \approx 70/x.)$
- Forekomst af naturlige ressourcer svarer derfor til “manglende fordobling” hvert  $70/0.3 = 235$  år. Lidt? Meget?

- Alternativt “velfærdsmål” for væksttabet: Hvad svarer det til i permanent tab af andel af indkomst?

– M.a.o., at opleve den faktiske vækst på 1.8% istedet for den potentielle på 2.1%; hvad svarer det til i procentvis tabt indkomst pr. år?

Lad denne ubekendt være  $\tau$ . Svaret er da løsningen på:

$$\int_0^{\infty} (y_0 e^{0.018t}) e^{-rt} dt = \int_0^{\infty} (1 - \tau) (y_0 e^{0.021t}) e^{-rt} dt$$

hvor  $r = 0.06$  er realrenten (som regner fremtidige penge om til nutidige)

$$y_0 \int_0^{\infty} e^{(0.018-r)t} dt = (1 - \tau) y_0 \int_0^{\infty} e^{(0.021-r)t} dt$$

$$\left[ \frac{1}{(0.018-r)} e^{(0.018-r)t} + c_1 \right]_0^{\infty} = (1 - \tau) \left[ \frac{1}{(0.021-r)} e^{(0.021-r)t} + c_2 \right]_0^{\infty}$$

$$-\frac{1}{(0.018 - r)} = -(1 - \tau) \frac{1}{(0.021 - r)}$$

$$\tau = 0.071$$

- Nu lyder det jo pludselig af noget som “batter”: Forekomst af naturlige ressourcer indebærer et væksttab, som svarer til en *permanent* reduktion i *årlig* indkomst på omkring 7%.

- Hvor *robuste* er Nordhaus's kvantitative resultater?

*Vi graver dybere*

- Bemærk at beregningerne forudsætter, at produktionsfunktionen er Cobb-Douglas

$\Rightarrow$  *Konstante* faktorindkomstandele

- Med  $Y = BK^\alpha T^\beta E^\gamma L^{1-\alpha-\beta-\gamma}$  findes f.eks  $K$ 's faktorindkomst andel fra førsteordensbetingelsen for profitmaksimering:

$$\partial Y / \partial K = r \quad \Rightarrow \quad \alpha Y / K = r \quad \Rightarrow \quad rK / Y = \alpha$$

- Definer

$$v_K = \frac{rK}{Y}, \quad v_T = \frac{P_T T}{Y}, \quad v_E = \frac{P_E E}{Y}, \quad v_L = \frac{wL}{Y}$$

- Med Cobb-Douglas funktionen haves derfor

$$v_K = \alpha, \quad v_T = \beta, \quad v_E = \gamma, \quad v_L = 1 - \alpha - \beta - \gamma$$

- *Er* disse konstante over tid (som Nordhaus implicit antager)?
- Empirisk:  $v_L$  er klart konstant over tid (ca. 0.6 – 0.7)

- Men....hvad med  $v_T$  og  $v_E$ ???? Noget tyder på, at de er *faldende* over tid
- $\Rightarrow$  Egentlig skulle  $\beta$  og  $\gamma$  falde over tid  $\Rightarrow$  væksttabet sfa. naturlige ressourcer er derfor måske *overdrevet* i Nordhaus' beregninger
- Kan  $v_T$  og  $v_E$  være faldende over tid?
- Til brug ved svar på spørgsmål introduceres fundamentalt økonomisk "dogme": Relativt *knappe* faktorer er relativt *dyre*
- Dette "dogme" bruges til at se på naturlige ressourcers pris relativt til løn (her nu kun ressourcen  $E$ )

$$\frac{v_E}{v_L} = \frac{P_E E / Y}{w L / Y} = \frac{P_E E}{w L}$$

$$\implies \frac{P_E}{w} = \frac{v_E}{v_L} \frac{L}{E}$$

- a)  $L/E$  må vel stige over tid.....
- b)  $v_L$  er konstant (jf. empiri)
- c) antag, at  $v_E$  er konstant (som ved Cobb-Douglas)
- a)+b)+c)  $\Rightarrow P_E/w$  stiger over tid; dvs. økonomisk set bliver  $E$  en mere knap ressource
- Meeen, figur 9.2 i Jones, viser (bortset fra olieprischokkene) *faldende* tendenser i  $P_E/w$ ! (Gælder ifølge Nordhaus også for andre naturlige ressourcer)
- Dvs. "a)" og/eller "c)" holder muligvis ikke

- M.a.o.,  $v_E$  må evt. falde over tid. Dette antydes også at være tilfældet ved figur 9.3 (igen bortset fra olieprischokkene)
- M.a.o.,  $E/L$  må evt. stige over tid. Dette antydes også at være tilfældet ved figur 9.4

*Mere fokus på faldende faktorindkomstandele  
(da dette er centralt for beregningerne af væksttabet)*

- Hvis faldende faktorindkomstandel skal modelleres (og forstås) må Cobb-Douglas antagelse klart droppes
- Derfor introduceres generalisering af denne: CES produktionsfunktionen (Constant Elasticity of Substitution)
- Eksempel med blot  $K$  og  $E$  som inputs:

$$Y = (K^\rho + (BE)^\rho)^{1/\rho}, \quad \rho < 1.$$

- Konstant substitutionselasticitet på  $\sigma \equiv 1/(1 - \rho)$  [Se Appendix bagi.]
- For  $0 < \rho < 1$ ,  $\sigma > 1 \approx$  “Høj” substitutionselasticitet
- For  $\rho < 0$ ,  $0 < \sigma < 1 \approx$  “Lav” substitutionselasticitet

NB: For  $\rho \rightarrow 0$  bliver CES produktionsfunktionen i **Jones** af Cobb-Douglas formen. DOG KUN HVIS MAN LAVER EN RETTELSE TIL JONES' SPECIFIKATION! En tyver til den første, som viser dette og giver mig beviset!

- Hvad er  $v_E = P_E E / Y$  med CES produktionsfunktionen?
- Førsteordensbetingelse fra profitmaksimering:

$$\frac{\partial Y}{\partial E} = P_E$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} (K^\rho + (BE)^\rho)^{(1/\rho)-1} B^\rho \rho E^{\rho-1} &= P_E \\ (K^\rho + (BE)^\rho)^{(1/\rho)-1} B^\rho E^{\rho-1} &= P_E \\ (K^\rho + (BE)^\rho)^{(1/\rho)-1} B^\rho E^\rho &= P_E E \\ \frac{(K^\rho + (BE)^\rho)^{(1/\rho)-1} B^\rho E^\rho}{Y} &= \frac{P_E E}{Y} = v_E \\ \frac{(K^\rho + (BE)^\rho)^{(1/\rho)-1} B^\rho E^\rho}{(K^\rho + (BE)^\rho)^{1/\rho}} &= v_E \\ \frac{B^\rho E^\rho}{(K^\rho + (BE)^\rho)} &= v_E \\ v_E &= \left( \frac{BE}{Y} \right)^\rho \end{aligned}$$

- Kan  $v_E$  falde over tid?



- Well,
  - a)  $E/Y$  falder over tid (faktum)
  - b)  $\rho < 0$ 
    - \* Indebærer lille substitutionselasticitet (realistisk) og medfører, at  $E$  er *nødvendig* i produktionen (hvilket ikke er tilfældet for  $0 < \rho < 1$ )
- a) + b)  $\Rightarrow v_E$  stiger over tid (da  $\rho < 0$ )
- Derfor kræves, c)  $B$  vokser *tilstrækkeligt*, for at  $v_E$  falder over tid
- Summasummarum: Selvom  $E$  udtømmes, vil tilpas høj vækst i  $B$  — energi-specifikke tekniske fremskridt — betyde, at  $E$  i *økonomisk forstand ikke bliver mere knap!* Faldende  $v_E$  er konsistent med faldende  $P_E/w$
- Data for USA viser  $E/Y$  fald på ca. 1.4% pr. år fra 1949-99. Dvs.  $B$  skal vokse med mere for at forklaringen holder vand. Ikke helt urealistisk.
- Dvs.
  - Faldende  $v_E$  kan modelleres tilfredstillende med en CES produktionsfunktion
  - Faldende  $v_E$  betyder at Nordhaus' beregninger af vækstabet er en "øvre grænse". Reelt er tabet muligvis mindre

- Tag ad notam, at Weitzman har påvist analogi mellem det før beskrevne  $\tau$  og  $v_E$  og finder det (for verden) i størrelsesordnen 2% - noget lavere end Nordhaus' 7%.
- Summa vedrørende den kvantitative effekt af naturlige ressourcer for økonomisk vækst:
  - Med konstante faktorindkomstandele: Malthusianere har ikke ret (væksttabet nedfører ikke negativ pr. capita vækst), men Nordhaus finder dog et vist indkomsttab
  - Med faldende faktorindkomstandele (som empiri tyder på), synes tabet dog mindre
  - Så brug af naturlige, ikke-fornybare ressourcer er *ikke* nødvendigvis en bremse for vækst

...der er trods alt håb for fremtiden

...(omend man jo ikke kan vide, om “*B*” bliver ved med at vokse tilstrækkeligt — det er som bekendt svært at spå om fremtiden)

## Appendix om CES produktionsfunktionens konstante substitutionselasticitet

Vi har produktionsfunktionen

$$Y = (K^\rho + (BE)^\rho)^{1/\rho}, \quad \rho < 1.$$

Ved profitmaksimering under fuldkommen konkurrence løses

$$\max_{K,E} Y - rK - P_E E.$$

De relevante førsteordenbetingelser er

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} (K^\rho + (BE)^\rho)^{(1/\rho)-1} \rho K^{\rho-1} &= r, \\ \frac{1}{\rho} (K^\rho + (BE)^\rho)^{(1/\rho)-1} B^\rho \rho E^{\rho-1} &= P_E. \end{aligned}$$

Disse kombineres til

$$B^{-\rho} \left( \frac{K}{E} \right)^{\rho-1} = \frac{r}{P_E},$$

og dermed findes den relative faktorefterspørgsel som

$$\frac{K}{E} = B^{\frac{\rho}{\rho-1}} \left( \frac{r}{P_E} \right)^{-\frac{1}{1-\rho}},$$

eller

$$\frac{K}{E} = B^{\frac{\rho}{\rho-1}} \left( \frac{r}{P_E} \right)^{-\sigma}, \quad \sigma \equiv \frac{1}{1-\rho}.$$

Substitutionselasticiteten findes dernæst som

$$\begin{aligned} \frac{\partial (K/E) r/P_E}{\partial (r/P_E) K/E} &= -\sigma B^{\frac{\rho}{\rho-1}} \left( \frac{r}{P_E} \right)^{-\sigma-1} \frac{r/P_E}{K/E} \\ &= -\sigma B^{\frac{\rho}{\rho-1}} \left( \frac{r}{P_E} \right)^{-\sigma} \frac{1}{K/E} \\ &= -\sigma, \end{aligned}$$

hvor man i sidste linie anvender udtrykket for  $K/E$ . Dvs. substitutionselasticiteten er konstant og lig med  $\sigma$ . M.a.o., en én procents stigning i den relative pris på fysisk kapital, reducerer den relative efterspørgsel efter fysisk kapital med  $\sigma$  procent.