

UGESEDEL 4

MAKROØKONOMI 1, EFTERÅR 2003
MATEMATIK-ØKONOMI

Henrik Jensen
Københavns Universitets
Økonomiske Institut

Hjemmeside: www.econ.ku.dk/personal/henrikj/makro1-E2003/

I uge 39 (23/9 og 26/9) har vi gennemgået:

- I.b. Hvordan opstår vækst? Tekniske fremskridt, forskning og udvikling, samt eksternaliteter (påbegyndt):

Teknologi og ideer: **Kodeord**:

- * Ikke-rivaliserende goder
- * Stigende skalaafkast
- * Imperfekt konkurrence
- * Eksternaliteter
- * Offentlig regulering
- * Sikring af delvis ekskluderbarhed kan fungere som “motor” for udvikling af nye idéer

For yderligere detaljer, se slides til de strømsvigtsramte forelæsninger d. 23/9, som forefindes på kursushjemmesiden

Den relevante litteratur er **Jones**, Kap. 4.

Paul Romers model for forskning og udvikling: “Makro” præsentation af modellen; model for tekniske fremskridt på lang sigt i den industrialiserede verden (\Rightarrow ikke model egnet til forklaring af indkomstforskelle); den sædvanlige aggregerede produktionsfunktion for økonomien; væsentlige forskelle: teknologiniveauet endogent (\Rightarrow stigende skalaafkast) og kun en del af arbejdsstyrken arbejder i færdigvaresektoren; sædvanlige udtryk for akkumulation af fysisk kapital og vækst i arbejdsstyrken; teknologi *produceres*; simpel produktionsfunktion for “nye ideer”/“ny teknologi”, \dot{A} ; produktiviteten i F&U sektoren tages for givet af den enkelte virksomhed; produktivitetsafhængighed af det aggregerede teknologiniveau; positive og negative eksternaliteter af “nye ideer” (se Note 2 i denne ugesedel for

en uddybning); produktivitets (negative) afhængighed af samlet antal beskæftigede i F&U sektoren (risikoen for duplikation); simpel antagelse om fast andel af arbejdsstyrken i F&U sektoren; vækstraten i pr. capita produktion; *endogen* bestemt i modellen.

Den relevante litteratur er **Jones**, Kap. 5.1.

NOTE 2: Eksternaliteter i F&U sektoren: En uddybende note

I **Jones**, Kap. 5 beskrives Paul Romers model for forsknings- og udviklingsbaserede tekniske fremskridt. I produktionsfunktionen for “ny viden” introduceres begrebet eksternaliteter. I det konkrete tilfælde “ignorerer” den enkelte F&U virksomhed sit eget bidrag til det aggregerede vidensniveau, når den beslutter sig for F&U aktivitet. Da det aggregerede vidensniveau påvirker produktiviteten i de enkelte virksomheder, betyder det, at den enkelte virksomhed ignorerer de aggregerede, og dermed samfundsøkonomiske, konsekvenser af dens handlinger. Dette er ikke udtryk for dumhed eller irrationalitet, da den enkelte virksomhed antages at være lille i forhold til den samlede sektor. Dette er i øvrigt en rimelig antagelse, da modellen jo er tænkt som en model for hele den industrialiserede verden (så når en softwareproducent i Viborg beslutter sig for at starte en virksomhed op, tages der ikke højde for resultaternes påvirkning af vidensniveauet i hele OECD-området).

Resultatet bliver da, at der ved valg af beskæftigelse i de enkelte virksomheder, vælges en “lille smule” for lidt eller for meget. I tilfældet, hvor den enkelte virksomheds produktion af viden har positiv effekt på den aggregerede viden,¹ da er der tale om en *positiv eksternalitet*, og den enkelte virksomhed vil producere en “lille smule” for lidt. Da alle virksomheder foretager samme valg, da bliver resultatet at der bliver produceret samfundsmæssigt for lidt viden. Grunden er, at “mange gange” en “lille smule” bliver til noget af betydning! Omvendt, hvis den enkelte virksomheds produktion af viden har negativ effekt på den aggregerede viden,² vil der være tale om en *negativ eksternalitet*, og den enkelte virksomhed vil producere en “lille smule” for meget. Da alle virksomheder foretager samme valg, da bliver resultatet at der bliver produceret samfundsmæssigt for meget viden.

I Jones, er dette modelmæssigt muligvis ikke helt klart, da hans notation ikke sonderer mellem produktion af viden i den enkelte virksomhed, og økonomiens samlede viden. Dette vil der blive gjort i det følgende, som derfor forhåbentlig klargør princippet om eksternaliteter.

Da hovedformålet er at klargøre, hvad eksternaliteter er, da vil jeg i det følgende kalde den enkelte F&U virksomheds produktion af viden for a^i , dvs. det er ikke *ændringen* i en vidensbeholdning vi ser på, som det jo burde være, hvis vi taler om idéer. Men man kan forestille sig, at eksisterende viden deprecierer fuldstændigt i

¹Baseret på tanken om, at jo mere viden, der er i samfundet, jo lettere er det at producere nye idéer.

²Baseret på tanken om, at jo mere viden, der er i samfundet, jo sværere er det at producere nye idéer, da de “bedste” idéer ankommer først.

hver periode; dermed er ændringen i beholdningen lig med beholdningen. Dette er selvfølgelig urealistisk, men nødvendigt for at gøre tingene enkle.

Produktionsfunktionen for den enkelte virksomhed i er givet ved

$$a^i = \delta A^\phi L_A^i, \quad \delta > 0, \quad \phi < 1, \quad (1)$$

hvor A er den *aggregerede* viden i økonomien defineret som

$$A \equiv \sum_j a^j,$$

og hvor L_A^i er arbejdskraft anvendt af virksomhed i . Der gælder, at den *aggregerede* beskæftigelse i F&U sektoren er givet ved

$$L_A \equiv \sum_j L_A^j.$$

Bemærk, at med disse definitioner bliver den aggregerede produktionsfunktion [ved at summe over (1)]:

$$A = \delta A^\phi L_A. \quad (2)$$

Dette svarer til funktionen brugt i **Jones**, med produktion af idéer givet ved A i stedet for \dot{A} , og hvor $\lambda = 1$.

Virksomhedens målsætning er at maksimere sin profit, og det antages, at den producerede viden sælges til prisen P_A (som den enkelte virksomhed ikke kan påvirke), og at arbejdskraften aflønnes med w_A (som den enkelte virksomhed ikke kan påvirke). Den skal derfor maksimere

$$P_A a^i - w_A L_A^i.$$

Første-ordensbetingelsen kan skrives som

$$\frac{\partial a^i}{\partial L_A^i} = \frac{w_A}{P_A},$$

som siger at der ansættes arbejdskraft, således at dets marginalprodukt (venstresiden) er lig dets realaffønning (højre side). Men hvad er marginalproduktet? Det er her vi kommer ind til sagens kerne omkring eksternaliteter! Vi kan finde $\partial a^i / \partial L_A^i$ fra produktionsfunktionen (1). Dette gøres ved at totaldifferentiere funktionen, og tage højde for definitionen af A , hvilket giver

$$\partial a^i = \delta \phi \left(\sum_j a^j \right)^{\phi-1} L_A^i \partial a^i + \delta A^\phi \partial L_A^i,$$

og dermed (ved anvendelse af definitionen af A):

$$\frac{\partial a^i}{\partial L_A^i} = \frac{\delta A^\phi}{1 - \delta \phi A^{\phi-1} L_A^i}.$$

Brug dernæst fra (2) at $1 = \delta A^{\phi-1} L_A$, hvilket indsat i ligningen ovenfor giver

$$\frac{\partial a^i}{\partial L_A^i} = \frac{\delta A^\phi}{1 - \phi (L_A^i/L_A)}. \quad (3)$$

Dette er det *eksakte* marginalprodukt set med den enkelte virksomheds øjne. Men bemærk udtrykket L_A^i/L_A . Det fylder ikke meget under antagelsen om, at den enkelte virksomhed er lille i forhold til hele sektoren (tænk igen på firmaet i Viborgs 5-6 ansatte, der jo ikke rigtig fylder meget i forhold til det samlede antal forskere i OECD landene). Derfor kan den enkelte virksomhed roligt "ignorere" det, og handle ud fra, at marginalproduktet er givet ved

$$\frac{\partial a^i}{\partial L_A^i} = \delta A^\phi. \quad (4)$$

Dette er netop udtrykket, som fremkommer, hvis virksomheden tager A^ϕ for givet ved dets beslutning. Men vi ser jo, at ved anvendelse af (4) i stedet for (3), undervurderes marginalproduktet en "lille smule." Nærmere bestemt, for $0 < \phi < 1$, da undervurderes marginalproduktet, da den (lille) positive effekt på den samlede viden af egen produktion ignoreres. Virksomheden vil derfor ansætte en "lille smule" for lidt arbejdskraft, og dermed producere en "lille smule" for lidt viden. Omvendt i tilfældet med $\phi < 0$, hvor den (lille) negative effekt på den aggregerede viden ignoreres, hvilket betyder, at der produceres en "lille smule" for meget viden.

Den enkelte virksomhed begår således en ubetydelig fejl i dens produktionsbeslutning. Men når en hel masse virksomheder begår en lille fejl, da vil størrelsen af de samlede fejl være af samfundsmæssig betydning. For at se det, kan man betragte den aggregerede produktionsfunktion af viden, og finde det *samfundsmæssige marginalprodukt* af arbejdskraft i sektoren. Man totaldifferentierer derfor (2), hvilket giver

$$\partial A = \delta \phi A^{\phi-1} L_A \partial A + \delta A^\phi \partial L_A,$$

og dermed

$$\frac{\partial A}{\partial L_A} = \frac{\delta A^\phi}{1 - \delta \phi A^{\phi-1} L_A}.$$

Dette kan simplificeres til (da $1 = \delta A^{\phi-1} L_A$)

$$\frac{\partial A}{\partial L_A} = \frac{\delta A^\phi}{1 - \phi}. \quad (5)$$

[Bemærk, at dette også kan findes fra (3) ved at summe over i .] Det ses derfor, at det *private marginalprodukt* kun svarer til det samfundsmæssige marginalprodukt, hvis $\phi = 0$; netop i specialtilfældet, hvor der ikke er nogen eksternaliteter.

Men hvis $0 < \phi < 1$ er det sociale marginalprodukt *større* end det private, og der vil blive produceret *for lidt* viden i økonomien. Omvendt, hvis $\phi < 0$ er det sociale marginalprodukt *mindre* end det private, hvorfor der vil blive produceret *for meget* viden.