Eksamen på Økonomistudiet sommer 2015

Lineære Modeller - Sommerskolevariant

valgfag

Onsdag d.19 august 2015.

(3-timers prøve med hjælpemidler, dog ikke lommeregner eller cas-værktøjer)

Dette eksamenssæt består af 2 sider.

KØBENHAVNS UNIVERSITETS ØKONOMISKE INSTITUT

2015S-3LM ex

Eksamen i Sommerskolevarianten af Lineære Modeller

Onsdag d.19 august 2015.

Dette er en 3-timers eksamen (2 sider med i alt 4 opgaver).

Brug af bøger, noter og lignende er tilladt, men brug af lommeregner og cas-værktøjer er ikke tilladt.

Opgave 1.

Vi betragter den lineære afbildning $L : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^4$, som med hensyn til standardbaserne har afbildningsmatricen

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad .$$

(1) Bestem nulrummet for L. Er L injektiv?

(2) Bestem en basis for billedrummet, $R(L)$, for L. Er L surjektiv?

(3) Bestem løsningsmængden til ligningen $Lx = y$, hvor $y = (y_1, y_2, y_3, y_4)$ tilhører billedrummet $R(L)$.

Opgave 2.

Om en symmetrisk, $2 \times 2-$matrix A, vides, at den har to forskellige egenværdier a og b, med tilhørende egenvektorer $v_1 = (1, 1)$ og $v_2 = (1, -1)$.

(1) Bestem matricen A.

(2) Bestem matricen $f(A)$, hvor f er en reel funktion defineret på spektret for A.

(3) Bestem determinanten for A^7.

(4) Bestem determinanten for matricen $e^{f(A)}$ og beregn vektoren $e^{f(A)}v_1$.

Opgave 3.

(1) Beregn integralet $\int \sin(ax)\cos(bx)dx$, hvor a, b er reelle tal, $a \neq \pm b$.

(2) Løs den komplekse førstegradsligning

$$(2+i)^2 z - (3+4i) = (1-2i)(1+2i)z.$$

Løsningen ønskes angivet på rektangulær form $a + ib$.

Opgave 4.

Vi betragter funktionen f, som er sumfunktion for rækken

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\frac{1-x}{2-x})^n.$$

(1) Bestem de værdier af x, for hvilke funktionen f er veldefineret.

(2) Bestem en regneforskrift for funktionen f.

(3) Bestem monotoniforholdene for funktionen f, og undersøg om funktionen er injektiv.

(4) Bestem værdimængden for funktionen f.

(5) Løs ligningen $f(x) = y$ (med hensyn til x) for et givet y beliggende i værdimængden for funktionen f.