Eksamen på Økonomistudiet sommerskole 2020

Lineære Modeller

18 august 2020

(3-timers prøve med hjælpemidler)

Dette eksamenssæt består af 3 sider incl. denne forside.
Til dette eksamenssæt hører 0 bilag.

Syg under eksamen:

Bliver du syg under selve eksamen på Peter Bangs Vej, skal du

- kontakte en eksamensvagt for at få hjælp til registreringen i systemet som syg og til at aflevere blankt
- forlade eksamen
- kontakte din læge og indsende lægeerklæring til Det Samfundsvidenskabelige Fakultet senest 5 dage efter eksamensdagen.

Pas på, du ikke begår eksamenssnyd!

Det er eksamenssnyd, hvis du under prøven

- Bruger hjælpemidler, der ikke er tilladt
- Kommunikerer med andre eller på anden måde modtager hjælp fra andre
- Kopierer andres tekster uden at sætte citationstegn eller kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen tekst
- Bruger andres idéer eller tanker uden at kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen idé eller dine egne tanker
- Eller hvis du på anden måde overtræder de regler, der gælder for prøven

Du kan læse mere om reglerne for eksamenssnyd på Din Uddannelsesside og i Rammestudieordningens afs. 4.12.

KØBENHAVNS UNIVERSITETS ØKONOMISKE INSTITUT

LM August 2020

Eksamen i Lineære Modeller - Sommerskole.

Tirsdag d.18 august 2020.

Dette er en 3-timers eksamen (2 sider med i alt 4 opgaver).

Brug af bøger, noter og lignende er tilladt, men brug af lommeregner og cas-værktøjer er ikke tilladt.

Opgave 1.

Vi betragter den lineære afbildning $L : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$, som med hensyn til standardbaserne i begge rum har afbildningsmatricen

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & a & 1 & 1 \end{pmatrix} .$$

Her er a et vilkårligt reelt tal.

(1) Bestem tallene n og m.

(2) Bestem nulrummet for L for $a = 0$. Er L injektiv for nogen værdi af a?

(3) Bestem en basis for nulrummet for L, for enhver værdi af a.

(4) Er L surjektiv?

(5) Bestem løsningsmængden til ligningen $Lx = y$, hvor $y = (y_1, y_2)$ tilhører billedrummet $R(L)$.

Opgave 2.

Om en symmetrisk, $3 \times 3-$matrix A, vides, at den har egenværdierne 1, 4, og 9, med tilhørende egenvektorer $v_1 = (1, -1, 0)$ og $v_2 = (1, 1, 0)$ og hørende til egenværdien 9, $v_3 = (x_1, x_2, x_3)$.

(1) Bestem en mulig egenvektor v_3

(2) Bestem det karakteristiske polynomium $p_A(\lambda)$ for matricen A.

(3) Gør rede for, at matricen A er invertibel.

(4) Bestem en matrix B, således at $B^2 = A$.

(5) Bestem vektoren $B(v_1 + v_2 + v_3)$.

Opgave 3.

(1) Beregn integralet $\int \cos(mx)\sin(2x)\sin(3x)dx$, hvor m er et naturligt tal.

(2) Løs den komplekse førstegradsligning $(z - i10)(1 + i) = i8(1 - i)$. Løsningen ønskes angivet på rektangulær form $z = a + ib$.

Opgave 4.

Vi betragter funktionen f, som er sumfunktion for rækken

$$\sum_{n=0}^{\infty}(x\ln(x) - x)^n.$$

(1) Bestem de værdier af x, for hvilke funktionen f er veldefineret. (Det kan benyttes at for $x = 3.6$ antager $x\ln(x) - x$ værdien 1 med passende nøjagtighed).

(2) Bestem en regneforskrift for funktionen f.

(3) Bestem monotoniforholdene for funktionen f.

(4) Bestem værdimængden for funktionen f, og undersøg om funktionen er injektiv. (Det kan uden bevis benyttes at $x\ln(x) \to 0$ for $x \to 0+$.)

(5) For hvilke værdier af y har ligningen $f(x) = y$ netop en løsning?