Eksamen på Økonomistudiet - summer school 2021

Lineære Modeller

9. august 2021

(3-timers prøve med hjælpemidler)

Dette eksamenssæt består af 3 sider incl. denne forside.
Til dette eksamenssæt hører ingen bilag.

Syg under eksamen:

Bliver du syg under selve eksamen på Peter Bangsvej, skal du

- aflevere blankt i systemet
- forlade eksamen
- kontakte din læge og indsende lægeerklæring til Det Samfundsvidenskabelige Fakultet senest 5 dage efter eksamensdagen.

Pas på, du ikke begår eksamenssnyd!

Det er eksamenssnyd, hvis du under prøven

- Bruger hjælpemidler, der ikke er tilladt
- Kommunikerer med andre eller på anden måde modtager hjælp fra andre
- Kopierer andres tekster uden at sætte citationstegn eller kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen tekst
- Bruger andres idéer eller tanker uden at kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen idé eller dine egne tanker
- Eller hvis du på anden måde overtræder de regler, der gælder for prøven

Du kan læse mere om reglerne for eksamenssnyd på Din Uddannelsesside og i Rammestudieordningens afs. 4.12.

KØBENHAVNS UNIVERSITETS ØKONOMISKE INSTITUT

LM August 2021

Eksamen i Lineære Modeller - Sommerskole.

Mandag d.9 august 2021.

Dette er en 3-timers eksamen (2 sider med i alt 4 opgaver).

Alle hjælpemidler er tilladt, men mellemregninger skal angives i nødvendigt omfang.

Opgave 1.

Vi betragter tre lineære afbildninger $L_i : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^i$, $i \in \{1, 2, 3\}$, hvoraf ingen af dem er nulafbildningen.

(1) Angiv, for hver af de tre afbildninger, de mulige dimensioner af nulrum og billedrum, samt mulighederne for injektivitet og surjektivitet. (Man kan evt. lave et skema).

(2) Nu vælger vi $i = 2$ og definerer den lineære afbildning $L_2 : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^2$ ved

$$L_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_3 + x_4, x_2 - x_3),$$

med hensyn til standardbaserne i begge rum. Bestem en basis for nulrummet for L_2.

(3) Angiv koordinaterne til vektoren $(0, 1, 1, -1)$ med hensyn til basen for nulrummet bestemt ovenfor.

(4) Bestem afbildningsmatricen for L_2, med hensyn til standardbaserne. Er L_2 surjektiv?

(5) Bestem løsningsmængden til ligningen $L_2 x = y$, hvor $y = (y_1, y_2)$.

Opgave 2.

Vi betragter den symmetriske matrix A givet ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix} .$$

(1) Bestem egenværdierne samt deres multipliciteter.

(2) Bestem en egenvektor, v, hørende til en af egenværdierne for matricen A.

(3) Gør rede for, at matricen A er invertibel.

(4) Vis at $A^{2m} = 2^m E$, hvor E er enhedsmatricen og m er et naturligt tal.

(5) Bestem matricen $B = E + A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 + A^6 + A^7$.

(6) Bestem vektoren Bv, hvor v er egenvektoren fundet i andet spørgsmål.

Opgave 3.

(1) Beregn integralet $\int \cos^2(mx)\sin(2x)dx$, hvor m er et naturligt tal.

(2) Løs den komplekse førstegradsligning $(2 + i3)z + (z + i)(4 - i2) = 0$. Løsningen ønskes angivet på rektangulær form $z = a + ib$.

Opgave 4.

Vi betragter funktionen f, som er sumfunktion for rækken

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{|x| - 2x}\right)^n .$$

(1) Bestem de værdier af x, for hvilke funktionen f er veldefineret.

(2) Bestem en regneforskrift for funktionen f.

(3) Bestem monotoniforholdene for funktionen f.

(4) Bestem værdimængden for funktionen f, og undersøg om funktionen er injektiv.

(5) For hvilke værdier af y har ligningen $f(x) = y$ netop en løsning?