Eksamen på Økonomistudiet vinter 2018-19

Lineære Modeller

Mandag d.14 januar 2019

(3-timers prøve med hjælpemidler – dog ikke lommeregner eller cas-værktøjer)

Dette eksamenssæt består af 3 sider incl. denne forside.
Til dette eksamenssæt hører ingen bilag.

Syg under eksamen:

Bliver du syg under selve eksamen på Peter Bangs Vej, skal du kontakte en eksamensvagt for at få hjælp til registreringen i systemet som syg og til at aflevere blankt. Derefter forlader du eksamen. Når du kommer hjem, skal du kontakte din læge og indsende lægeerklæring til Det Samfundsvidenskabelige Fakultet senest en uge efter eksamensdagen.

Pas på, du ikke begår eksamenssnyd!

Det er eksamenssnyd, hvis du under prøven

- Bruger hjælpemidler, der ikke er tilladt
- Kommunikerer med andre eller på anden måde modtager hjælp fra andre
- Kopierer andres tekster uden at sætte citationstegn eller kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen tekst
- Bruger andres idéer eller tanker uden at kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen idé eller dine egne tanker
- Eller hvis du på anden måde overtræder de regler, der gælder for prøven

Du kan læse mere om reglerne for eksamenssnyd på Din Uddannelsesside og i Rammestudieordningens afs. 4.12.

KØBENHAVNS UNIVERSITETS ØKONOMISKE INSTITUT

LM Januar 2019

Eksamen i Lineære Modeller.

Mandag d.14 januar 2019.

Dette er en 3-timers eksamen (2 sider med i alt 4 opgaver).

Brug af bøger, noter og lignende er tilladt, men brug af lommeregner og cas-værktøjer er ikke tilladt.

Opgave 1.

Vi betragter den lineære afbildning $L : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$, som med hensyn til standardbaserne i begge rum har afbildningsmatricen

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} .$$

(1) Bestem nulrummet for L. Er L injektiv?

(2) Bestem billedrummet, $R(L)$, for L. Er L surjektiv? Hvad siger dimensionsætningen om denne situation?

(3) Bestem løsningsmængden til ligningen $Lx = y$, hvor $y = (y_1, y_2, y_3)$ tilhører billedrummet $R(L)$.

(4) Betragt matricen $L^T L$, hvor L^T er den transponerede matrix for L. Vis at $L^T L$ er symmetrisk.

(5) Undersøg om $L^T L$ er regulær.

Opgave 2.

Om en symmetrisk, $3 \times 3-$matrix A, vides, at den har egenværdierne -1, -1, og 1, med tilhørende egenvektorer $v_1 = (1,1,1)$ og $v_2 = (-1,0,1)$ og hørende til egenværdien 1, $v_3 = (x_1, x_2, x_3)$.

(1) Bestem en mulig egenvektor v_3

(2) Bestem matricen A^2.

(3) Gør rede for, at matricen A er invertibel, og at $A^{-1} = A$.

(4) Løs ligningen $Ax = v_1 + v_2$.

(5) Bestem egenvaerdierne, rangen og dimensionen af nulrummet for matricen $E + A$.

(6) Bestem vektoren $\frac{1}{2}(E + A)(v_1 + v_2 + v_3)$.

Opgave 3.

(1) Bestem det karakteristiske polynomium for den symmetriske matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \quad ,$$

hvor a, b, c er reelle tal, og bevis at egenværdierne for A er reelle.

(2) Løs den komplekse ligning $w^2 = -2 - i4$. Løsningen ønskes angivet på rektangulær form $a + ib$.

Opgave 4.

Vi betragter funktionen f, som er sumfunktion for rækken

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\frac{1}{x^2 - 4})^n.$$

(1) Bestem de værdier af x, for hvilke funktionen f er veldefineret.

(2) Bestem en regneforskrift for funktionen f.

(3) Bestem monotoniforholdene for funktionen f.

(4) Bestem værdimængden for funktionen f, og undersøg om funktionen er injektiv.

(5) Løs ligningen $f(x) = y$ (med hensyn til x) for et givet y beliggende i værdimængden for funktionen f.