Eksamen på Økonomistudiet vinter 2020-2021

Lineære modeller

21. januar 2021

(3 timers eksamen med hjælpemidler)

Besvarelsen uploades på Digital Eksamen som én pdf.fil (inkl. bilag) navngivet udelukkende med eksamensnummeret, f.eks. 12.pdf eller 127.pdf

Dette eksamenssæt består af 3 sider incl denne forside.

Denne eksamen er ændret fra at foregå på Peter Bangsvej til at foregå som en hjemmeeksamen med hjælpemidler.
Læs grundigt teksten i boksen nedenfor, så du undgår at komme i problemer med mistanke om eksamenssnyd.

Pas på at du ikke begår eksamenssnyd!

Det er fx eksamenssnyd, hvis du …

- Kopierer andres tekster uden at sætte citationstegn eller kildehenvise, så det ser ud som om det er din egen tekst. Det gælder også tekst fra gamle rettevejledninger
- Stiller din opgave til rådighed for andre under eksamen
- Kommunikerer med andre om opgaven under eksamen
- Bruger andres idéer eller tanker uden at kildehenvise, så det ser ud om det er din egen idé eller dine tanker
- Genbruger dele af en opgave, som du tidligere har indleveret og fået en bestå karakter for uden at sætte citationstegn eller kildehenvise (selvplagiering)

Du kan læse mere om reglerne for eksamenssnyd på Din Uddannelsesside og i Rammestudieordningens afs. 4.12.

Eksamenssnyd sanktioneres altid med en advarsel og bortvisning fra prøven. I de fleste tilfælde bliver den studerende også bortvist fra universitetet i et semester.

KØBENHAVNS UNIVERSITETS ØKONOMISKE INSTITUT

LM Januar 2021

Eksamen i Lineære Modeller.

Torsdag d.21 januar 2021.

Dette er en 3-timers eksamen (2 sider med i alt 4 opgaver).

Brug af hjælpemidler er tilladt. Eksamen er individuel og kommunikation med andre under eksamen er ikke tilladt. Husk at redegøre omhyggeligt for dine mellemregninger.

Opgave 1.

Vi betragter den lineære afbildning $L : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$, som med hensyn til standardbaserne i begge rum har afbildningsmatricen

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a & a^2 \end{pmatrix} .$$

Her er a et vilkårligt reelt tal.

Vi betragter endvidere den lineære afbildning $H : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$ givet ved:

$$H(y_1, y_2, y_3) = y_1 + y_2 + y_3.$$

(1) Bestem tallene n og m.

(2) Bestem nulrummet for L for $a = 0$.

(3) Bestem nulrummet for L for $a \neq 0$. Er L injektiv for nogen værdi af a?

(4) Er L surjektiv for nogen værdi af a ?

(5) Bestem løsningsmængden til ligningen $H(Lx) = t$, hvor $t \in \mathbf{R}$.

Opgave 2.

Om en symmetrisk, $3 \times 3-$matrix A, vides, at den har egenværdierne 1, 0, og -1, med tilhørende egenvektorer $v_1 = (1,1,1)$ og $v_2 = (-1,1,0)$ og $v_3 = (x_1, x_2, x_3)$.

Lad endvidere en reel funktion f være givet ved $f(t) = t^3 - t^2 + 1$.

(1) Bestem en mulig egenvektor v_3

(2) Bestem det karakteristiske polynomium $p_A(\lambda)$ for matricen A.

(3) Bestem determinanten for matricen $f(A)$.

(4) Bestem matricen $(f(A))^6$.

(5) Bestem vektoren $f(A)(v_1 + v_2 + v_3)$.

Opgave 3.

(1) Beregn integralet $\int \cos(2x-2)\sin(x+1)dx$.

(2) Løs ligningen $z^2 = 2 - \frac{1}{i} + \frac{1}{2i}$. Løsningerne ønskes angivet på rektangulær form $a + ib$.

Opgave 4.

Vi betragter funktionen f, som er sumfunktion for rækken

$$\sum_{n=0}^{\infty} (g(x))^n,$$

hvor g er funktionen

$$g(x) = \frac{x - |x|}{x^2}.$$

(1) Bestem de værdier af x, for hvilke funktionen f er veldefineret.

(2) Bestem en regneforskrift for funktionen f, gerne angivet som en gaffelforskrift.

(3) Bestem monotoniforholdene for funktionen f.

(4) Bestem værdimængden for funktionen f, og undersøg om funktionen er injektiv.

(5) For hvilke værdier af y har ligningen $f(x) = y$ netop en løsning?