

ØKONOMISK KANDIDATEKSAMEN 2001 II

Udvalgt fag

STIKPRØVETEORI

Skriftlig prøve 4 timer med hjælpemidler

I sommeren 2000 deltog 16.666 personer i en større undersøgelse omhandlende motion. De 16.666 personer blev målt og vejret og spurgt om deres motionsvaner. Et af spørgsmålene lød: "Hvor mange minutters motion dyrker De i gennemsnit om dagen?". Gennemsnittet var på 40,9 minutter, og spredningen (S) var på 82,4 minutter.

I sommeren 2001 påtænkes at udføre en ny undersøgelse, som skal være en stikprøve af de 16.666 personer. Spørgsmålet om motion vil blive gentaget.

Stikprøveplan 1: Der udvælges en simpel tilfældig stikprøve på 260 personer blandt de 16.666 personer.

- 1) Beregn spredningen af gennemsnittet. Beregn endvidere 95% konfidensintervallet for gennemsnittet.
- 2) Hvor skal stikprøven være, hvis længden af det tilsvarende 95% konfidensinterval skal være 10 minutter?

I nedenstående Tabel 1 vises det gennemsnitlige antal "motions-minutter" fordelt efter køn.

Her angiver N_k antallet af personer, $\bar{Y}_k$ angiver gennemsnittet, S_k spredningen og S_k^2 variansen.

	N_k	$\bar{Y}_k$	S_k	S_k^2
Mænd	8.268	46,8	92,7	8.593,29
Kvinder	8.398	35,0	70,3	4.942,09

- 3) Med udgangspunkt i Tabel 1, skal du angive den proportionalt allokerede stikprøve (stikprøveplan 2) og den optimalt allokerede stikprøve (stikprøveplan 3), når den samlede stikprøve er på 260 personer. Beregn de tilhørende spredninger. Kommenter kort de to allokeringer.
- 4) Hvor stor skal den optimalt allokerede stikprøve være, hvis længden af det tilsvarende 95% konfidensinterval skal være 10 minutter?

De 16.666 personer er inddelt i 641 geografiske regioner, der hver består af 26 personer. I nedenstående Tabel 2 er vist variansen (S_k^2) for de 641 regioner. (Bemærk at kun uddrag af tabellen er vist, det er altså ikke muligt at kontrollere summen af tallene.)

	N_k	S_k^2
Region 1	26	1.256,6
Region 2	26	2.560,0
.		
.		
.		
.		
<u>Region 641</u>	<u>26</u>	<u>3.305,9</u>
I alt	16.666	4.102.768,0

Stikprøveplan 4 består i at der udvælges 10 regioner simpelt tilfældigt og at alle 26 personer i regionen spørges.

5) Beregn spredningen for ovenstående stikprøveplan 4.

Stikprøveplan 5 består i at udvælge 20 regioner simpelt tilfældigt og i hver udtagen region at udtage 13 personer simpelt tilfældigt. Det kan endvidere oplyses at

$$\frac{1}{(K-1)} \sum_{k=1}^K \left(Y_k - \frac{Y}{K} \right)^2 = 431.959,0 \quad \text{hvor } K = 641$$

6) Beregn spredningen for stikprøveplan 5.

7) Sammenlign de 5 stikprøveplaner. anbefal en stikprøveplan og begrund valget.

Af undersøgelsen i sommeren 2000 fremgik endvidere, at den gennemsnitlige vægt blandt de 16.666 personer er på 74,2 kg, og spredningen er på 14,8 kg. Tilsvarende er den gennemsnitlige højde på 172,7 cm, og spredningen er på 9,3 cm. Korrelationen mellem vægt og højde er på 0,57778.

Forholdet mellem vægt og højde bliver da $74,2/172,7 = 0,43$.

Stikprøveplan A består i at udvælge 1.282 personer simpelt tilfældigt og måle og veje disse personer.

- 8) Beregn spredningen på den gennemsnitlige vægt i stikprøveplan A, når der bruges en ratioteknik med højde som hjælpevariabel.
- 9) Beregn spredningen på den gennemsnitlige vægt i stikprøveplan A, når der bruges en regressionsteknik med højde som hjælpevariabel.
- 10) Beregn spredningen på den gennemsnitlige vægt i stikprøveplan A, når stikprøven er udtaget simpelt tilfældigt og der ikke bruges hjælpevariabel.

For samtlige 16.666 personer er personens body-mass-indeks udregnet¹. De 16.666 er sorteret efter body-mass-indekset, og der dannes i alt 13 stikprøver hver bestående af 1.282 personer ved systematisk udvælgelse.

I nedenstående Tabel 3 er vist variansen (S_k^2) for personernes vægt i de 13 systematisk udvalgte stikprøver. (Bemærk at kun uddrag af tabellen er vist, det er altså ikke muligt at kontrollere summen af tallene.)

	N_k	S_k^2
1.	1.282	206,9
2.	1.282	217,5
.		
.		
.		
13.	1.282	219,5
I alt	16.666	2.819,3

¹ Et body-mass-indeks er defineret ved personens vægt i kg i forholdet til den kvadrerede højde (højden er målt i meter). Fx vil en person på 80 kg med højden 1,80 m have et body-mass-indeks på $24,7 \text{ kg/m}^2$.

Stikprøveplan B består i at udvælge en systematisk stikprøve af størrelse 1.282, (hvor body-mass-indekset er sorteringsvariabel).

11) Beregn spredningen for den gennemsnitlige vægt i stikprøveplan B.

12) Sammenlign spredninger i spørgsmål 8, 9, 10 og 11.