Ugeseddel 11

Regnes inden øvelserne 12/5, 2003.

Opgave 1

To venner vil gerne til koncert sammen, men må vælge imellem Bach og Stravinsky. Deres payoffs er her:

	Bach	Strav
Bach	2,1	0,0
Strav	0,0	1,2

Vis at der er to Nashligevægte i rene strategier i dette spil. Vis også at der er en tredie Nashligevægt hvor spillerne benytter blandede strategier. Udregn spillernes forventede nytter i den blandede ligevægt og vis at den er Paretodomineret af hver af de to rene ligevægte.

Opgave 2

To virksomheder kæmper om at dominere mobiltelefonmarkedet i Danmark. Hver virksomheds aggressionsniveau kan vælges højt (høge-adfærd) eller lavt (due-adfærd). Deres payoffs er illustreret her:

	Høg	Due
Høg	0,0	4,1
Due	1,4	3,3

Vis at der er to Nashligevægte i rene strategier i dette spil. Vis også at der er en tredie Nashligevægt hvor spillerne benytter blandede strategier. Udregn spillernes forventede nytter i den blandede ligevægt og vis at den ikke er Pareto-sammenlignelig med de to rene ligevægte.

Opgave 3

I Sten-Saks-Papir er payoffs:

	Sten	Saks	Papir
Sten	0,0	1,-1	-1,1
Saks	-1,1	0,0	1,-1
Papir	1,-1	-1,1	0,0

a) Vis at der ikke er nogen Nashligevægt i rene strategier.

b) Antag, at spiller 1 randomiserer 1/3–1/3–1/3. Vis at spiller 1's forventede nytte da er 0, uanset hvilken blandet strategi spiller 2 benytter.

c) Givet spillets symmetri, konkludér fra resultatet i b), at hver spiller i Nashligevægt opnår en forventet nytte på mindst 0.

d) Idet spillets realiserede nytter altid summer til 0, konkludér af resultatet i c) at hver spiller opnår nytte 0 i enhver Nashligevægt.

e) Vis, at hvis spiller 1 benytter en anden blandet strategi end 1/3–1/3–1/3, så kan spiller 2 sikre sig en nytte strengt større end 0.

f) Konkludér, at spillet har en entydig Nashligevægt i blandede strategier.

Opgave 4

Gennemgå appendix 8.AA med henblik på at vise eksistens af Nashligevægt. Bemærk at b_i er u.h.c. ifølge maksimumssætningen fra ugeseddel 10, opgave 1, og at b så er u.h.c. ifølge opgave 5 c) fra ugeseddel 10.

Opgave 5

Betragt to identiske enkelt-output virksomheder, hver med omkostningsfunktion $C(q) = q^2$.

a) Antag først at hver virksomhed er pristagende. Løs hver virksomheds profitmaksimeringsproblem $\max_q pq - C(q)$ og vis at de hver vil udbyde $y^*(p) = p/2$.

b) Den inverse efterspørgselskurve efter dette output er $p(x) = x^{-1/2}$. Vis at der er ligevægt på dette marked under fuldkommen konkurrence, når $p = 1$ og hver virksomhed producerer 1/2. Beregn hver virksomheds profit i denne situation, og læg dem sammen for at finde den samlede profit under fuldkommen konkurrence, π^*.

c) Antag nu at virksomhederne koordinerer deres adfærd på markedet, og dermed har monopolmagt til selv at bestemme pris og mængde. Argumenter kort for, at såfremt de ønsker at producere den samlede mængde q, så vælger de at lade hver virksomhed producere halvdelen for at minimere omkostningerne. Løs da monopolproblemet $\max_q p(q)q - 2C(q/2)$ og vis at virksomhederne vælger at producere den samlede mængde $y^m = (1/2)^{2/3}$ svarende til prisen $p = 2^{1/3}$. Beregn virksomhedernes totale profit under monopol, π^m.

d) Herefter antages det at de to virksomheder ikke kan koordinere adfærden. Denne duopol-situation modelleres som et spil imellem de to virksomheder, spillerne 1 og 2. Simultant vælger virksomhederne hvor meget de vil producere, henholdsvis $q_1 \geq 0$ og $q_2 \geq 0$. Prisen på markedet bliver da $p(q_1 + q_2)$. Virksomhed i får da profit $p(q_1 + q_2)q_i - C(q_i)$. Gør rede for at dette er en udtømmende beskrivelse af spillet på normalform.

e) Nu søges en Nashligevægt for spillet. Vis at for givet $q_{-i} \geq 0$ er virksomhed i's profit en konkav funktion af q_i, og opskriv den nødvendige førsteordensbetingelse for profitmaksimering. Kombinér de to virksomheders førsteordensbetingelser til at vise at i Nashligevægt i duopol er $y^d = q_1 + q_2 = (3/4)^{2/3}$ og dermed $p = (4/3)^{1/3}$. Benyt igen hver virksomheds førsteordensbetingelse til at vise, at de hver må producere netop halvdelen heraf. Begrund at du vitterlig har fundet spillets entydige Nashligevægt.

f) Udregn hver virksomheds ligevægtsprofit, og summen af deres profitter, π^d. Vis at de udregnede mængder opfylder $y^m < y^d < 1$, og at profitterne opfylder $\pi^* < \pi^d < \pi^m$.