Ugeseddel 12

Regnes inden øvelserne 19/5, 2003.

Opgave 1

Varians kapitel 32 viser ikke i en eksplicit generel ligevægtsmodel (hvor alle priser jo er endogene), at eksternaliteter underminerer velfærdssætningerne. Derfor denne simple opgave.

Betragt en to-personers, to-varers bytteøkonomi med en forbrugseksternalitet. Forbruger 1 kontrollerer $x_{11} \geq 0$ og $x_{21} \geq 0$, har initialressourcer $\omega_1 = (2, 0)$, og har nyttefunktion $u_1(x_{11}, x_{21}, x_{12}) = x_{11}x_{21}x_{12}$. Forbruger 2 kontrollerer $x_{21} \geq 0$ og $x_{22} \geq 0$, har initialressourcer $\omega_2 = (0, 2)$, og har nyttefunktion $u_2(x_{12}, x_{22}) = x_{12}x_{22}$.

a) Når forbruger 1 tager for givet en vilkårlig mængde $x_{12} > 0$ og vilkårlige priser $(p_1, p_2) \gg 0$ på de to varer, find forbruger 1's efterspørgsel efter (x_{11}, x_{21}).

b) Find forbruger 2's efterspørgsel efter (x_{12}, x_{22}) som funktion af priserne $(p_1, p_2) \gg 0$.

c) Bestem ligevægtspriser, således at den samlede efterspørgsel er lig det samlede udbud, *og* således at forbruger 1 tager for givet den mængde x_{12} forbruger 2 faktisk vælger.

d) Find en allokering, der stiller begge forbrugere bedre end i ligevægten. Diskutér.

Opgave 2

En gruppe fiskere har fri adgang til at fiske i et dansk farvand. Antag for letheds skyld at fiskerbåde er perfekt delelige, så antallet deraf er et reelt tal b. Omkostningen ved at søsætte en fiskerbåd er $r > 0$. Hvis der er sendt b både i farvandet, vil sammenlagt $f(b)$ fisk blive fanget, hvor $f(0) = 0$, f er strengt voksende og konkav, og $\lim_{b \to 0} f'(b) = +\infty$. Hver båd får så $f(b)/b$ fisk (med konventionen at hver båd får 0 fisk hvis $b = 0$). Den eksogene verdensmarkedspris på fisk er $p > 0$, som slet ikke påvirkes af fiskeriet i dette farvand.

a) Find en ligning, der bestemmer antallet af både der søsættes i Nashligevægt.

b) Find en ligning, der bestemmer det optimale antal søsatte både. Sammenlign med resultatet i a) og forklar forskellen intuitivt.

c) Hvor stor en afgift per båd ville guide Nashligevægten til optimalitet?

d) Antag at et enkelt individ havde købt eneret på fiskeriet. Hvor mange både ville dette individ søsætte? Sammenlign med resultatet i b) og forklar.

Opgave 3

Diskutér modellen i Varians afsnit 32.3 i relation til MCWG's propositioner 5.E.1 og 5.F.1 og deres kursiv-tekst nederst side 150.

Opgave 4

Løsningen af denne opgave afhænger på ingen måde af om Varians kapitel 17 er læst. I en auktion skal et givet, ikke-deleligt gode sælges til en af I spillere. En auktion kan forløbe på flere måder, og vi vil her se på to former med lukket bud.

I de første delspørgsmål er der ingen usikkerhed om spillernes værdisætning af godet. Hver spillers værdisætning v_i er et givet positivt tal, og vi antager at $v_1 > v_2 > \cdots > v_I$. Hvis spiller i vinder godet imod en betaling p er hans nytte $v_i - p$, ellers er nytten 0.

a) Regn MCWGs opgave 8.B.3, hvor der ses på en "anden-pris" auktion.

b) Efter løsning af opgave 8.B.3, konkludér at spillet har en Nashligevægt hvor hver spiller byder sin sande værdi.

c) Betragt set-up i bogens opgave 8.D.3, hvor der ses på en "første-pris" auktion (selve opgaven skal ikke regnes). Begrund at dette udgør en Nash-ligevægt, når den mindste møntenhed ε er lille nok: Spiller 1 byder $v_2 + \varepsilon$ og spiller 2 byder v_2.

I de næste delspørgsmål er der usikkerhed om spillernes værdisætning af godet. Hver spiller kender kun sin egen værdisætning v_i. Spillernes v_i antages stokastisk uafhængige (så efter spiller i ser v_i ved han ikke noget nyt om de andre spilleres værdier). Hver spillers værdi er uniformt fordelt over intervallet $[0, 1]$, dvs. tætheden er $f(v) = 1$ for alle $v \in [0, 1]$. Bemærk at sandsynligheden er nul for at to eller flere spillere har ens værdisætning.

d) Betragt igen anden-pris auktionen defineret i opgave 8.B.3. En spillers beslutningsregel er en funktion $b_i(v_i)$ der angiver hvor meget i skal byde når i's værdisætning er v_i. Begrund at reglen $b_i(v_i) = v_i$ hvor spiller i byder sin sande værdi er svagt dominerende. Argumentér da for at det udgør en Nashligevægt at alle spillere byder deres sande værdi.

e) Betragt igen første-pris auktionen fra opgave 8.D.3. Antag at der kun er to spillere. Betragt spiller 1's situation, efter observation af egen værdisætning er v_1. Spiller 1 kan ikke vide hvad spiller 2's bud b_2 bliver. Begrund at 1's forventede nytte af at afgive budet b_1 er $\text{Prob}(b_1 > b_2)(v_1 - b_1)$. Opskriv et tilsvarende nytte-udtryk for spiller 2.

f) I spillet fra e) skal nu begrundes at dette udgør en Nash ligevægt: Spiller i vælger bud-funktionen $b_i(v_i) = v_i/2$. Antag således at spiller 2 anvender denne strategi. Omskriv spiller 1's nytte-udtryk fra e) til

$$\text{Prob}(2b_1 > v_2)(v_1 - b_1) = \begin{cases} 0 & \text{hvis} \quad b_1 \leq 0 \\ 2b_1(v_1 - b_1) & \text{hvis} \quad 0 < b_1 < 1/2 \\ v_1 - b_1 & \text{hvis} \quad 1/2 \leq b_1 \end{cases}$$

Vis at denne nytte netop maksimeres ved at lade $b_1 = v_1/2$.

g) Bemærk at i alle ovenstående opgaver har auktionen denne fine egenskab (efficiens): spilleren med højst værdisætning ender med at få godet.