Ugeseddel 3

Regnes inden øvelserne 24/2, 2003.

Opgave 0

Lav først opgaverne 3 og 4 fra ugeseddel 2, der ikke kunne nås sidst.

Opgave 1

Lad en forbruger være beskrevet ved forbrugsmulighedsområdet $X = R^L_+$ og præferencerelationen $\succsim$. Givet en arbitrær prisvektor $p \gg 0$ og formue $\mathrm{w} > 0$, er forbrugeren begrænset til at vælge indenfor budgetmængden $B_{p,\mathrm{w}} = \{x \in X | p \cdot x \leq \mathrm{w}\}$. Lad os nu definere at forbrugerens valg-korrespondance er

$$C(p, \mathrm{w}) = \{x \in B_{p,\mathrm{w}} \mid \nexists y \in B_{p,\mathrm{w}} \text{ med } y \succ x\},$$

idet vi husker definitionen at $y \succ x \Leftrightarrow y \succsim x \wedge \neg(x \succsim y)$.

a) Antag at $\succsim$ er total. Begrund at $y \succ x \Leftrightarrow \neg(x \succsim y)$. Vis at

$$C(p, \mathrm{w}) = \{x \in B_{p,\mathrm{w}} \mid \forall y \in B_{p,\mathrm{w}} : x \succsim y\}.$$

b) Antag at $\succsim$ kan repræsenteres af nyttefunktionen $u : X \to \mathbb{R}$. Begrund da at $C(p, \mathrm{w}) = x(p, \mathrm{w})$, mængden af løsninger på nyttemaksimeringsproblemet (UMP) som defineret på bogens side 50.

c) Antag at der til hvert par $(p, \mathrm{w}) \gg 0$ findes netop et element i $C(p, \mathrm{w})$. Antag at $\succsim$ er rationel, og vis at C opfylder det svage aksiom (bogens definition 2.F.1).

Opgave 2

Gennemgå beviset for proposition 3.C.1. Giv først de nødvendige definitioner.

Opgave 3

Karls forbrugsmulighedsområde er $\mathbb{R}^L_+$. Hans præferencer er repræsenteret ved en Cobb-Douglas nyttefunktion over de L varer, nemlig $u(x_1, \ldots, x_L) = \prod_{\ell=1}^L x_\ell^{\alpha_\ell}$ hvor alle $\alpha_\ell > 0$.

a) Vis at Karls præferencer kan repræsenteres ved en nyttefunktion på Cobb-Douglas formen $u(x_1, \ldots, x_L) = \prod_{\ell=1}^L x_\ell^{a_\ell}$ hvor alle $a_\ell > 0$, med den ekstra egenskab at $\sum_{\ell=1}^L a_\ell = 1$.

b) Karl står overfor givne priser $p \gg 0$ og har en formue $\mathrm{w} > 0$. Karl vil maksimere sin nytte i denne situation. Begrund at Karl vælger på budgethyperplanen, men ikke på randen af sit forbrugsmulighedsområde, og find de førsteordensbetingelser, der karakteriserer løsninger på Karls problem.

c) Vis ved hjælp af førsteordensbetingelserne at $p_\ell x_\ell = (a_\ell / a_1) p_1 x_1$ for alle ℓ.

d) Vis at den entydige løsning på Karls nyttemaksimeringsproblem har $x_\ell(p, \mathrm{w}) = a_\ell \mathrm{w} / p_\ell$. Bemærk at x har denne egenskab: Karl allokerer en fast andel af sit budget til hver vare.