Ugeseddel 4

Regnes inden øvelserne 3/3, 2003.

Opgave 0

Opgave 2 fra ugeseddel 3.

Opgave 1

Bogens opgave 3.E.3.

Opgave 2

En funktion $f : \mathbb{R}^L \times \mathbb{R}^S \to \mathbb{R}$ er givet. Vi skriver $f(x,q)$, hvor $x \in \mathbb{R}^L$ og $q \in \mathbb{R}^S$. Vi er interesserede i maksimeringsproblemet $g(q) = \max_{x \in K} f(x,q)$. Vi fokuserer på et bestemt q' og ønsker g differentiabel ved q' under passende antagelser.

Det er lettest at benytte denne (kendte) definition på differentiabilitet af $h : \mathbb{R}^S \to \mathbb{R}$. h er differentiabel i punktet y' hvis der findes en $1 \times M$ matrix $Dh(y')$ således at for alle y nær y' er $h(y) = h(y') + Dh(y')(y - y') + o(y - y')$. Her er $o(\cdot)$ en sædvanlig "lille-o" funktion, med egenskaben $o(a)/|a| \to 0$ når $a \to 0$.

Vi vil gøre følgende to antagelser:

1. For alle q nær q': max-problemet har en entydig løsning $x^*(q)$, kontinuert i q.
2. Den partielle afledede $D_q f(x, q')$ findes og er kontinuert i x.

a) Vis nu at $f(x^*(q'), q) \leq f(x^*(q), q)$ og $f(x^*(q), q') \leq f(x^*(q'), q')$ for alle q nær q'.

b) Vis for alle q nær q':

$$f(x^*(q'), q) - f(x^*(q'), q') \leq f(x^*(q), q) - f(x^*(q'), q') \leq f(x^*(q), q) - f(x^*(q), q').$$

c) Udnyt definitionen på differentiabilitet til at vise, for alle q nær q':

$$D_q f(x^*(q'), q')(q - q') + o_1(q - q') \leq g(q) - g(q') \leq D_q f(x^*(q), q')(q - q') + o_2(q - q').$$

d) Bevis endelig indhylningssætningen: Givet antagelserne 1 og 2 er g differentiabel ved q' med $Dg(q') = D_q f(x^*(q'), q')$.

Opgave 3

Bogens opgave 3.G.15.

Opgave 4 (fra skriftlig polit mikro eksamen, juni 2000)

Betragt forbrugeren Philip, der kan forbruge to varer; vare 1 er fadøl, vare 2 er rugbrød. Lad Philip have præferencer over $\mathbb{R}^2_+$ repræsenteret ved nyttefunktionen $u(x_1, x_2) = x_1(x_2 + 1)$.

a) Givet priser $(p_1, p_2) \gg 0$ og formue $\mathrm{w} > 0$, find den eller de forbrugsplaner der løser Philips nyttemaksimeringsproblem.

b) Find den Hickske efterspørgsel for Philip.

c) I udgangspositionen har Philip en indkomst (uddannelsesstøtte) på $\mathrm{w} = 25$. Prisen på øl er 5 og rugbrød koster 5. På grund af en sundhedspolitisk bølge lægges der nu en afgift på øl, så markedsprisen stiger til 20. Angiv ændringen i Philips efterspørgsel og i Philips nytte.

d) Den Politiske Studentersammenslutning protesterer over Philips forringede livsvilkår. Philips kæreste, Misse, som læser litteraturvidenskab, mener at man skal forlange 45 mere i uddannelsesstøtte. De økonomistuderende i sammenslutningen finder det mere realistisk at udregne den kompenserende variation (CV) henholdsvis den ækvivalerende variation (EV) og tage udgangspunkt i disse numeriske størrelser. Hvorfor mener de, at dette er mere relevant og realistisk? Udregn disse to størrelser — er CV og EV lige store? Hvis ikke, hvilken er da størst? Er dette et universelt resultat?

Opgave 5 (skriftlig)

Betragt en forbruger med forbrugsmulighedsområde $\mathbb{R}^L_+$ og Leontief præferencer repræsenteret af nyttefunktionen $u(x) = \min\{a_1 x_1, \ldots, a_L x_L\}$. Alle vægtene er strengt positive, $a_\ell > 0$.

a) Find forbrugerens Walraske efterspørgsel $x(p, \mathrm{w})$ for alle $p \gg 0$ og $\mathrm{w}_i > 0$.

b) Udregn de partielle afledte $\partial x_\ell(p, \mathrm{w})/\partial \mathrm{w}$ og $\partial x_\ell(p, \mathrm{w})/\partial p_k$ for alle $k = 1, \ldots, L$. Vis at alle Slutsky matrix elementerne er $s_{\ell k}(p, \mathrm{w}) = 0$.

Opgave 6 (skriftlig)

Karls forbrugsmulighedsområde er $\mathbb{R}^L_+$. Hans Cobb-Douglas præferencer er repræsenteret ved nyttefunktionen $u(x_1, \ldots, x_L) = \prod_{\ell=1}^L x_\ell^{a_\ell}$ hvor alle $a_\ell > 0$, og $\sum_{\ell=1}^L a_\ell = 1$. I opgave 6 på ugeseddel 3 skulle du have fundet at Karls efterspørgsel efter vare ℓ er $x_\ell(p, \mathrm{w}) = a_\ell \mathrm{w}/p_\ell$.

a) Opskriv Karls indirekte nyttefunktion $v(p, \mathrm{w})$.

b) Benyt dualiteten $u = v(p, e(p, u))$ til at finde Karls udgiftsfunktion $e(p, u)$.

c) Find Karls Hickske efterspørgsel $h(p, u)$ ud fra $e(p, u)$.

d) Vis at h opfylder $\partial h_\ell(p, u)/\partial p_k = \partial h_k(p, u)/\partial p_\ell$. Er dette et generelt resultat?