

Ugeseddel 7

Regnes inden øvelserne 24/3, 2003.

Opgave 1

I en bytteøkonomi med to forbrugere og to varer, har begge forbrugere Cobb-Douglas nyttefunktioner. Forbruger 1 har nyttefunktionen $x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$ og forbruger 2 har tilsvarende $x_1^\beta x_2^{1-\beta}$. Her er både α og β i intervallet $(0, 1)$. Forbruger 1's initialressourcer er $(1, 2)$, mens forbruger 2 har initialressourcer $(3, 1)$.

- Skitsér en Edgeworth boks for denne økonomi.
- Bestem den generelle ligevægt i økonomien (benyt den velkendte løsning på forbrugernes problemer med Cobb-Douglas nytte). Udregn både relative priser og mængder.
- Find, ved at sætte de marginale substitutionsforhold ens, en ligning for de Pareto-optimale allokeringer.
- Kontrollér at ligevægten er Pareto-optimal.

Opgave 2

Gennemgå eksempel 15.B.2. Løs først forbrugernes nyttemaksimeringsproblemer givet priser $(p_1, p_2) \gg 0$ og formuer $w_i \in \mathbb{R}$ og se efter om goderne er normale. Forklar også figur 15.B.9.

Opgave 3

En virksomhed producerer et output ved hjælp af to inputs. Produktionsmulighederne er givet ved Cobb-Douglas produktionsfunktionen $f(z_1, z_2) = z_1^\alpha z_2^{1-\alpha}$ hvor $0 < \alpha < 1$. Løs virksomhedens omkostningsminimeringsproblem givet $(w_1, w_2) \gg 0$ og $q > 0$.

Opgave 4

Bevis propositionerne 5.F.1 og 5.F.2.

Opgave 5

Betragt en 2x2 produktionsmodel, hvor produktionsfunktionerne for de to outputs begge er på Cobb-Douglas formen, $f_1(z_1, z_2) = z_1^{2/3} z_2^{1/3}$ og $f_2(z_1, z_2) = z_1^{1/3} z_2^{2/3}$.

- Opskriv faktorefterspørgslerne, $a_1(w)$ og $a_2(w)$, og de tilhørende omkostninger, $c_1(w)$ og $c_2(w)$. Vink: svaret fremgår af bogens eksempel 5.C.1.
- Vis at produktionen af gode 1 er relativt mere intensiv i faktor 1.
- Antag at der er en indre ligevægt, og vis at faktorpriserne w da må opfylde ligningerne $K w_1^{2/3} w_2^{1/3} = p_1$ og $K w_1^{1/3} w_2^{2/3} = p_2$ hvor $K > 0$ betegner konstanten $2^{1/3} + 2^{-2/3}$. Løs ligningerne så du får (w_1, w_2) som funktion af $(p_1, p_2) \gg 0$.
- Kontrollér med løsningen fra c), at konklusionen i Stolper-Samuelsons teorem holder.
- Lad nu $p = (1, 1)$. Den initiale faktorbeholdning er $(\bar{z}_1, \bar{z}_2) \gg 0$. Vis at der er en indre ligevægt såfremt $\bar{z}_1/2 < \bar{z}_2 < 2\bar{z}_1$ og udregn da faktorallokeringen som funktion af (\bar{z}_1, \bar{z}_2) .
- Kontrollér med løsningen fra e), at konklusionen i Rybczynskis teorem er overholdt.